Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação — REASE

OPEN ACCESS

doi.org/10.51891/rease.v12i11.33429

MODELAGEM DO RETORNO MARGINAL E DA SATURAÇÃO EM MÍDIA PAGA POR MEIO DE TÉCNICAS DE CIÊNCIA DE DADOS: REVISÃO DE LITERATURA

MODELING MARGINAL RETURNS AND SATURATION IN PAID MEDIA USING DATA SCIENCE TECHNIQUES: A LITERATURE REVIEW

MODELADO DEL RETORNO MARGINAL Y DE LA SATURACIÓN EN PUBLICIDAD DE PAGO MEDIANTE TÉCNICAS DE CIENCIA DE DATOS: REVISIÓN DE LA LITERATURA

Andreas Leonardo Oliveira Ferreira de Carvalho[1]
Ítalo César Carvalho Lima[2]

RESUMO: A crescente utilização de dados na gestão de investimentos publicitários evidencia a necessidade de compreender como o retorno marginal e a saturação influenciam a eficiência da mídia paga. Nesse contexto, o presente estudo teve como objetivo analisar como técnicas de Ciência de Dados são empregadas na modelagem desses fenômenos e no apoio à alocação de orçamento publicitário. Foi realizada uma revisão narrativa da literatura, de abordagem qualitativa e caráter exploratório e descritivo, contemplando 21 publicações científicas de 2022 a 2026. A análise foi organizada em três eixos temáticos: modelagem do retorno marginal, saturação e efeitos temporais; mensuração do desempenho publicitário; e otimização e alocação de orçamento. Os resultados evidenciaram a utilização de modelos econométricos, aprendizado de máquina, inferência causal, algoritmos evolutivos e aprendizado por reforço para representar relações não lineares entre investimento e desempenho e apoiar decisões de distribuição de recursos. Verificou-se que a incorporação de curvas de resposta e efeitos temporais, como o adstock, contribui para uma interpretação mais abrangente do comportamento publicitário. Entretanto, a confiabilidade das estimativas depende da qualidade dos dados, dos pressupostos metodológicos e dos procedimentos de validação, sendo necessário distinguir resultados observados de ganhos obtidos por simulações e análises contrafactuais. Conclui-se que as técnicas de Ciência de Dados oferecem suporte relevante à mensuração e à otimização dos investimentos em mídia paga, embora sua aplicação exija interpretação crítica e adequação aos objetivos e às particularidades de cada contexto publicitário.

Palavras-chave: Mídia paga. Retorno marginal. Saturação publicitária.

ABSTRACT: The increasing use of data in advertising investment management highlights the need to understand how marginal returns and saturation influence paid media efficiency. In this context, this study aimed to analyze how Data Science techniques are employed to model these phenomena and support advertising budget allocation. A narrative literature review was conducted using a qualitative, exploratory, and descriptive approach, encompassing 21 scientific publications from 2022 to 2026. The analysis was organized into three thematic areas: modeling marginal returns, saturation, and temporal effects; advertising performance measurement; and budget optimization and allocation. The findings revealed the application of econometric models, machine learning, causal inference, evolutionary algorithms, and reinforcement learning to represent nonlinear relationships between advertising expenditure and performance and support resource allocation decisions. The incorporation of response curves and temporal effects, such as adstock, was found to contribute to a more comprehensive interpretation of advertising performance. However, the reliability of estimates depends on data

[1] Graduando em Engenharia de Software. Instituto de Ensino Superior iCEV - PI.
[2] MBA em Marketing, Branding e Growth pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS). Professor Orientador. Instituto de Ensino Superior iCEV - PI.

quality, methodological assumptions, and validation procedures, making it necessary to distinguish observed outcomes from gains obtained through simulations and counterfactual analyses. It is concluded that Data Science techniques provide relevant support for measuring and optimizing paid media investments, although their application requires critical interpretation and alignment with the objectives and specific characteristics of each advertising context.

Keywords: Paid media. Marginal returns. Advertising saturation.

RESUMEN: El uso creciente de datos en la gestión de inversiones publicitarias pone de manifiesto la necesidad de comprender cómo el retorno marginal y la saturación influyen en la eficiencia de la publicidad de pago. En este contexto, el presente estudio tuvo como objetivo analizar cómo se emplean las técnicas de Ciencia de Datos en la modelización de estos fenómenos y en el apoyo a la asignación del presupuesto publicitario. Se realizó una revisión narrativa de la literatura, con enfoque cualitativo y carácter exploratorio y descriptivo, que abarcó 21 publicaciones científicas de 2022 a 2026. El análisis se organizó en tres ejes temáticos: modelización del retorno marginal, saturación y efectos temporales; medición del desempeño publicitario; y optimización y asignación presupuestaria. Los resultados evidenciaron el uso de modelos econométricos, aprendizaje automático, inferencia causal, algoritmos evolutivos y aprendizaje por refuerzo para representar relaciones no lineales entre la inversión y el desempeño y apoyar decisiones de distribución de recursos. Se observó que la incorporación de curvas de respuesta y efectos temporales, como el adstock, contribuye a una interpretación más amplia del comportamiento publicitario. Sin embargo, la confiabilidad de las estimaciones depende de la calidad de los datos, de los supuestos metodológicos y de los procedimientos de validación, por lo que es necesario distinguir los resultados observados de las ganancias obtenidas mediante simulaciones y análisis contrafactuales. Se concluye que las técnicas de Ciencia de Datos ofrecen un apoyo relevante a la medición y optimización de las inversiones en publicidad de pago, aunque su aplicación requiere una interpretación crítica y una adecuación a los objetivos y particularidades de cada contexto publicitario.

Palabras clave: Publicidad de pago. Retorno marginal. Saturación publicitaria.

1 INTRODUÇÃO

A alocação de recursos em mídia paga exige decisões sobre quanto investir, em quais canais e por quanto tempo manter cada campanha. Embora as plataformas digitais disponibilizem métricas de alcance, impressões, cliques, conversões e receita, esses indicadores geralmente são apresentados de forma isolada, dificultando a avaliação conjunta dos investimentos. Park et al. (2022) observam que as plataformas fornecem informações detalhadas sobre suas próprias campanhas, mas não uma visão integrada do desempenho dos diferentes canais utilizados pelo anunciante.

Outro desafio é a ausência de proporcionalidade constante entre investimento e resultado. O aumento do orçamento pode ampliar o retorno total, enquanto a exposição repetida ao mesmo público, a redução de novos usuários alcançáveis e as condições dos leilões diminuem a contribuição de cada unidade adicional investida. Yang et al. (2022) identificaram que maiores investimentos podem elevar os resultados absolutos e, simultaneamente, reduzir o retorno sobre o investimento, comportamento compatível com os retornos marginais decrescentes. Além

disso, os efeitos publicitários podem persistir após a exposição, fenômeno representado pelo *adstock*, que considera a influência residual de investimentos anteriores sobre os resultados atuais (FRANSES, 2025). Assim, a análise deve contemplar tanto a saturação quanto a persistência temporal da publicidade.

Nesse contexto, o Marketing Mix Modeling (MMM) permite estimar a contribuição dos canais e apoiar decisões orçamentárias. Entretanto, modelos exclusivamente lineares podem não representar adequadamente efeitos temporais, curvas de resposta e interações entre variáveis. Gong et al. (2024) propõem uma abordagem causal que incorpora efeitos de saturação e padrões temporais, enquanto Morais et al. (2024) combinam essas características com um algoritmo de evolução diferencial para otimização de orçamento. Esses estudos evidenciam a aplicação de técnicas de Ciência de Dados na representação de relações não lineares e no apoio à distribuição de investimentos.

A utilização dessas técnicas, contudo, envolve desafios relacionados à qualidade dos dados, à escolha dos modelos e à interpretação das estimativas. Estevez, Ballestar e Sainz (2025) identificaram que soluções automatizadas ampliam as possibilidades de análise, mas podem apresentar limitações de explicabilidade em razão da combinação de métodos, parâmetros e inicializações aleatórias. Qin, Pauwels e Zhou (2024), ao analisarem aproximadamente 122 mil combinações de marcas e categorias de produtos, verificaram diferenças na efetividade dos formatos publicitários conforme o porte da marca e sua posição no funil. Dulara, Mahakalanda e Jayathunga (2026) também demonstram que curvas de resposta baseadas em alcance podem identificar níveis distintos de eficiência e saturação. Esses achados reforçam a necessidade de considerar as características dos canais, os objetivos das campanhas e os indicadores utilizados.

Diante disso, o problema que orienta este estudo é: como as técnicas de Ciência de Dados têm sido empregadas para modelar o retorno marginal e a saturação em mídia paga e apoiar a alocação de orçamento? Parte-se do pressuposto de que modelos capazes de representar relações não lineares e efeitos temporais oferecem uma base mais adequada à tomada de decisão do que análises restritas a métricas isoladas ou relações lineares. Isso não implica a existência de um método universalmente superior, pois a adequação das abordagens depende dos dados disponíveis, dos objetivos publicitários e das restrições consideradas.

O objetivo geral é analisar como técnicas de Ciência de Dados são utilizadas para modelar o retorno marginal e a saturação em mídia paga. Especificamente, busca-se caracterizar os conceitos de curva de resposta, retorno marginal, saturação e *adstock*; identificar os métodos

empregados na literatura recente; comparar suas aplicações, vantagens e limitações; e examinar como seus resultados podem apoiar a distribuição de orçamento entre canais. Para isso, adota-se uma pesquisa bibliográfica qualitativa, exploratória e descritiva, voltada à análise crítica de trabalhos publicados entre 2022 e 2026. Não se pretende implementar um modelo computacional próprio, mas sistematizar e comparar abordagens existentes.

A pesquisa justifica-se pela necessidade de aproximar a análise de mídia paga dos métodos computacionais empregados na Ciência de Dados e na Engenharia de Software. A construção de modelos de mensuração envolve coleta, integração e preparação de dados, definição de variáveis, seleção de algoritmos, validação e interpretação dos resultados. No campo acadêmico, o estudo articula contribuições de marketing, otimização, inteligência artificial e sistemas de apoio à decisão. No campo profissional, oferece uma análise crítica dos critérios técnicos necessários à escolha e à avaliação de modelos utilizados na mensuração e otimização de investimentos publicitários.

Além desta introdução, o artigo apresenta a metodologia, os resultados e a discussão dos estudos selecionados e, por fim, as considerações finais.

2 MÉTODOS

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa e caráter exploratório e descritivo, desenvolvida por meio de revisão narrativa da literatura científica, com análise crítica e comparativa. Busca-se compreender como técnicas de Ciência de Dados são empregadas na modelagem do retorno marginal e da saturação em mídia paga, considerando fundamentos, aplicações e limitações, sem implementação de modelos próprios ou utilização direta de dados de campanhas publicitárias.

O levantamento compreende publicações de 2022 a 2026, disponíveis em acervos científicos como ACM Digital Library, IEEE Xplore, ScienceDirect, Springer Nature Link e Taylor & Francis Online, além de repositórios acadêmicos, como Proceedings of Machine Learning Research (PMLR), Association for the Advancement of Artificial Intelligence (AAAI) e periódicos especializados. A delimitação temática foi orientada por cinco descritores em inglês: marketing mix modeling, diminishing marginal returns, media saturation, machine learning e advertising budget allocation, relacionados à mensuração publicitária, aos efeitos não lineares do investimento e à otimização orçamentária.

A seleção das publicações considerou sua pertinência temática e contribuição para os objetivos da pesquisa. Foram incluídos artigos de periódicos e trabalhos apresentados em conferências acadêmicas, publicados no período estabelecido, que abordassem curvas de resposta, saturação, persistência temporal, mensuração publicitária ou métodos estatísticos e computacionais de alocação de orçamento. Também foram considerados estudos de otimização com contribuições complementares às decisões de investimento. Excluíram-se publicações sem relação direta ou complementar com o problema investigado, fora do recorte temporal, registros duplicados, trabalhos com informações metodológicas insuficientes e materiais exclusivamente comerciais ou opinativos sem fundamentação científica pertinente.

O conjunto bibliográfico reúne 21 publicações científicas, abrangendo modelos econométricos, curvas de resposta, aprendizado de máquina, inferência causal, aprendizado por reforço e algoritmos de otimização. Por se tratar de uma revisão narrativa, a seleção priorizou a relevância e a diversidade das contribuições teóricas e metodológicas, sem pretensão de esgotar a literatura existente. Para a fundamentação conceitual, também foram utilizadas referências clássicas anteriores ao recorte temporal, incluindo Vidale e Wolfe (1957), Broadbent (1979), Hanssens, Parsons e Schultz (2001), Chan e Perry (2017) e Jin et al. (2017), além de documentações técnicas oficiais de ferramentas computacionais. Essas fontes complementares não integram o conjunto de 21 publicações analisadas nos resultados.

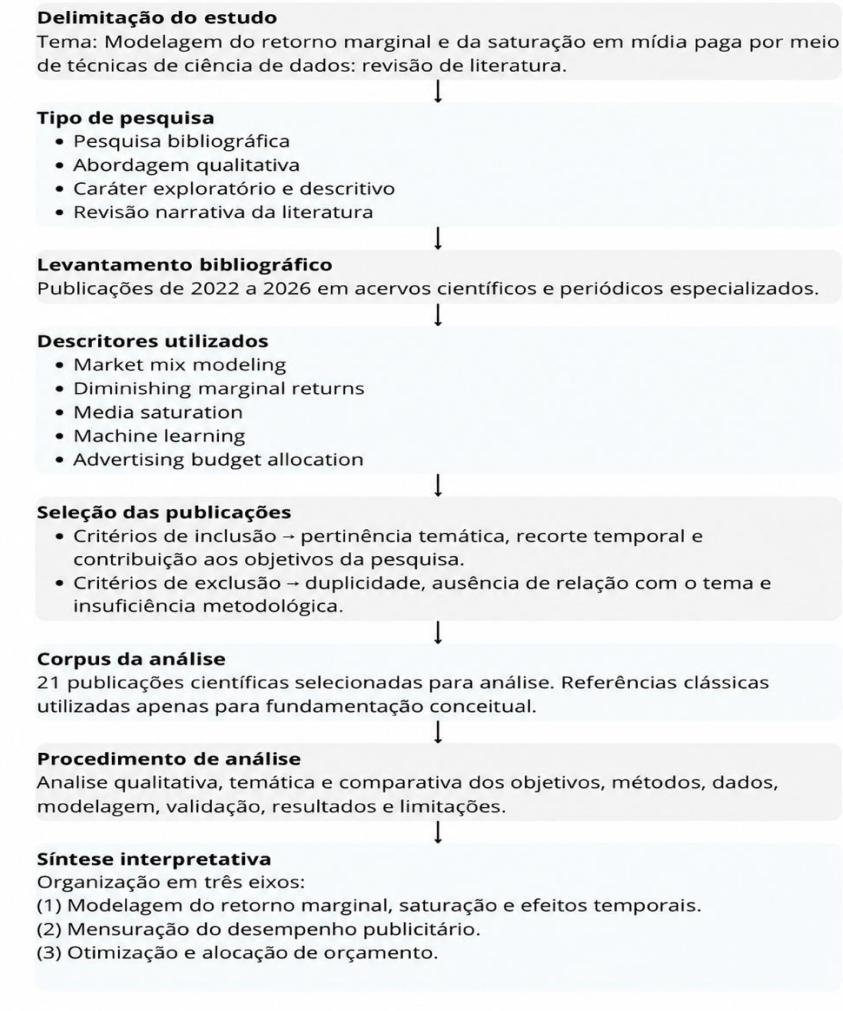
Durante a elaboração da pesquisa, ferramentas de inteligência artificial foram utilizadas como apoio à sistematização dos eixos temáticos e à revisão textual, permanecendo sob responsabilidade do autor a análise crítica dos estudos e a verificação das informações. Não foi mantido um registro sistematizado das datas das consultas, das combinações exatas de descritores ou das quantidades de registros encontrados e excluídos em cada etapa. Consequentemente, não é possível reconstruir retrospectivamente essas contagens com precisão, o que constitui uma limitação de rastreabilidade e reprodutibilidade do levantamento bibliográfico.

A análise foi conduzida de maneira qualitativa, temática e comparativa, considerando os objetivos, métodos, dados, procedimentos de modelagem e validação, resultados e limitações dos estudos. Foram estabelecidos três eixos: (1) modelagem do retorno marginal, saturação e efeitos temporais; (2) mensuração do desempenho publicitário; e (3) otimização e alocação de orçamento. A Engenharia de Software foi considerada uma perspectiva transversal, especialmente quanto à coleta, integração e preparação dos dados, definição de variáveis, seleção

de algoritmos, implementação, validação, confiabilidade e explicabilidade das soluções computacionais.

A síntese crítica confrontou contribuições, pressupostos, técnicas, contextos e critérios de avaliação, buscando identificar as condições em que os métodos contribuem para representar o retorno marginal e a saturação e apoiar decisões orçamentárias. A análise não pretende estabelecer a superioridade universal de determinada abordagem, mas discutir sua adequação aos problemas investigados, reconhecendo as limitações identificadas na literatura e a ausência de experimentações próprias. A Figura 1 sintetiza o percurso metodológico, desde a delimitação da pesquisa até a análise crítica das publicações selecionadas.

Figura 1 – Fluxograma do percurso metodológico da pesquisa



Fonte: Elaborada pelo autor (2026).

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A revisão bibliográfica reuniu 21 publicações científicas, compreendidas entre 2022 e 2026, relacionadas à aplicação de métodos estatísticos e computacionais na mensuração do desempenho publicitário e na alocação de investimentos em mídia paga. Desse conjunto, 15 estudos foram destacados para a apresentação dos resultados, considerando suas contribuições para a modelagem do retorno marginal, da saturação e dos efeitos temporais, bem como para a utilização de técnicas de Ciência de Dados na mensuração e otimização de investimentos. As demais publicações foram mantidas como suporte complementar à análise crítica. Os Quadros 1 e 2 apresentam uma síntese comparativa dos 15 estudos em destaque, organizados conforme suas contribuições predominantes. O Quadro 1 reúne nove estudos relacionados à modelagem e à mensuração do desempenho publicitário, enquanto o Quadro 2 contempla seis pesquisas voltadas à otimização e à alocação de orçamento.

Quadro 1 – Comparação dos estudos sobre modelagem e mensuração do desempenho publicitário

Autor/Ano	Técnica e dados analisados	Contribuição e limitação
Dulara, Mahakalanda e Jayathunga (2026)	Aprendizado supervisionado e algoritmo genético; dados reais de alcance.	Modela saturação e otimiza orçamento; sem validação em outros mercados.
Estevez, Ballestar e Sainz (2025)	Regressão econométrica e Robyn; dados reais de receita.	Compara desempenho e explicabilidade; apresenta dificuldades de reprodutibilidade.
Fareniuk e Chornous (2023)	MMM econométrico; dados reais de tráfego e vendas.	Mensura contribuições dos canais; aplicação restrita a uma empresa.
Franses (2025)	Modelo de Koyck e máxima verossimilhança; série histórica de publicidade e vendas.	Aperfeiçoa a inferência sobre adstock; análise restrita a uma série histórica.
Gong et al. (2024)	CausalMMM; dados sintéticos e reais de comércio eletrônico, com análise causal e previsão de GMV.	Integra saturação e efeitos temporais; sem validação experimental de incrementalidade.
Morais et al. (2024)	Evolução diferencial; dados públicos e ROAS estimado.	Otimiza orçamento com saturação e adstock; ganhos não validados operacionalmente.
Park et al. (2022)	Programação não linear; dados reais de conversões.	Propõe alocação orçamentária; não considera sazonalidade e interdependência dos canais.
Qin, Pauwels e Zhou (2024)	Regressão em painel; dados observacionais de indicadores do funil e receita.	Compara efetividade por marca e formato; análise restrita a um marketplace.
Yang et al. (2022)	Modelo Vidale–Wolfe e controle ótimo; dados reais e simulações de retorno.	Analisa eficiência do investimento; não incorpora competição entre anunciantes.

Fonte: Elaborado pelo autor, com base nos estudos selecionados (2026).

Nota: Os estudos foram classificados conforme sua contribuição predominante. O Eixo 1 – Modelagem do retorno marginal, saturação e efeitos temporais reúne sete estudos: Dulara, Mahakalanda e Jayathunga (2026); Estevez, Ballestar e Sainz (2025); Franses (2025); Gong et al. (2024); Morais et al. (2024); Park et al. (2022); e Yang et al. (2022). O Eixo 2 – Mensuração do desempenho publicitário contempla dois estudos: Fareniuk e Chornous (2023) e Qin, Pauwels e Zhou (2024).

Enquanto o Quadro 1 reúne estudos voltados à modelagem e à mensuração do desempenho publicitário, o Quadro 2 apresenta pesquisas direcionadas à otimização e à alocação de orçamento. Esses trabalhos abordam diferentes técnicas computacionais para distribuir recursos entre canais, considerando indicadores de desempenho, restrições orçamentárias e incertezas associadas às decisões de investimento.

Quadro 2 – Comparação dos estudos sobre otimização e alocação de orçamento publicitário

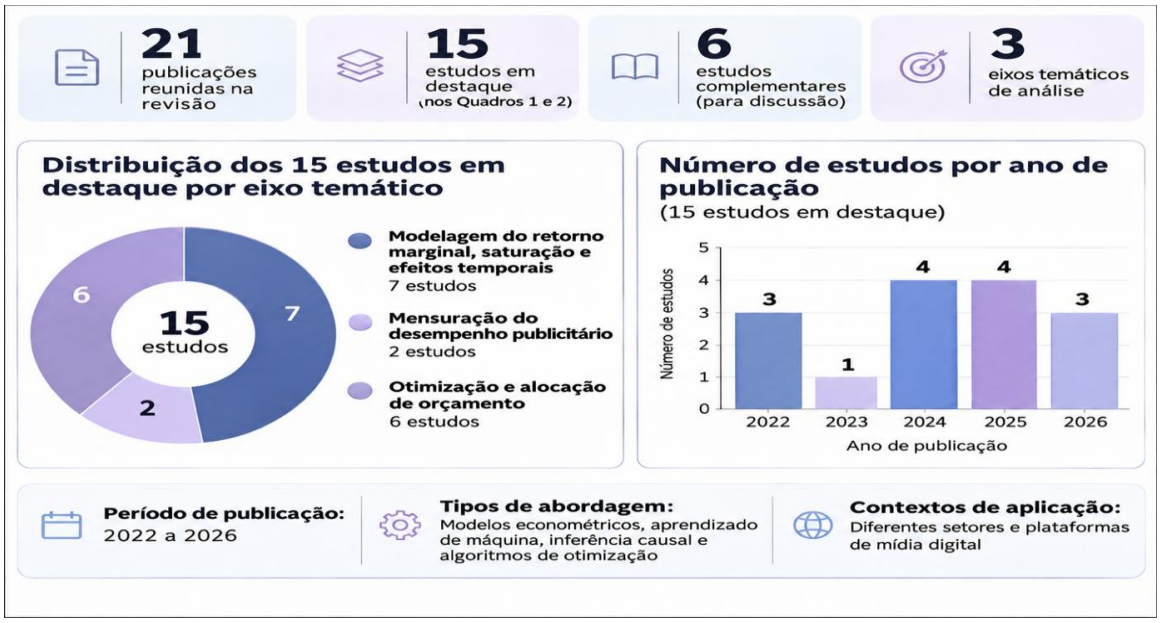
Autor/Ano	Técnica e dados analisados	Contribuição e limitação
Danaei, Akbarpour Shirazi e Sheikh (2026)	Aprendizado por reforço profundo; dados de 107 campanhas e simulação offline.	Recompensa simulada 18,9% superior à referência histórica; sem validação em campanhas ao vivo.
Gigli e Stella (2025)	Contextual bandits e Thompson Sampling; dados sintéticos e reais de conversões.	Otimiza lances e orçamentos; validação baseada em experimentos numéricos.
Li et al. (2024)	Q-learning e evolução diferencial; bases CICAD e CRITEO-UPLIFT v2.	Melhora métricas de alocação; resultados restritos às bases avaliadas.
Nuara et al. (2022)	Combinatorial semi-bandit e processos gaussianos; dados sintéticos e aplicação real.	Otimiza lances e orçamento diário; avaliação centrada em cliques.
Sedlářová Nehézová et al. (2026)	Programação linear robusta; dados reais de campanhas e custos de conversão.	Reduz riscos associados à incerteza; pode diminuir o desempenho nominal.
Yahia e ElBolok (2025)	Programação não linear estocástica; casos reais e hipotéticos de alcance.	Otimiza alcance líquido sob incerteza; não avalia diretamente retorno financeiro.

Fonte: Elaborado pelo autor, com base nos estudos selecionados (2026).

Nota: Os seis estudos apresentados neste quadro integram o Eixo 3 – Otimização e alocação de orçamento, considerando sua contribuição predominante para o desenvolvimento e a avaliação de métodos de distribuição de recursos publicitários.

A Figura 2 apresenta a distribuição dos estudos em destaque por eixo temático e ano de publicação, permitindo visualizar a composição do conjunto analisado e a participação das diferentes abordagens na literatura selecionada.

Figura 2 – Distribuição dos estudos em destaque por eixo temático e ano de publicação



Fonte: Elaborada pelo autor, com base nos estudos selecionados (2026).

Os estudos apresentados contemplam diferentes abordagens para a mensuração e a otimização de investimentos publicitários, incluindo modelos econométricos, técnicas de aprendizado de máquina, inferência causal, aprendizado por reforço e algoritmos de otimização. Os achados evidenciam aplicações voltadas à representação de curvas de resposta e efeitos temporais, à avaliação do desempenho dos canais e à distribuição de recursos sob diferentes condições e restrições. Essas contribuições constituem a base para a discussão crítica das aplicações, vantagens e limitações dos métodos identificados na literatura.

A análise dos estudos evidencia que a utilização de técnicas de Ciência de Dados na mídia paga envolve desafios relacionados à representação do comportamento dos investimentos, à confiabilidade das estimativas e à transformação dessas informações em decisões orçamentárias. Embora a literatura apresente diferentes abordagens para esses problemas, a modelagem do retorno marginal e da saturação ocupa uma posição central, pois permite compreender como os resultados publicitários variam diante de alterações no orçamento. A partir dessa perspectiva, a discussão foi organizada em três eixos, contemplando os fundamentos da modelagem, as técnicas de mensuração e os métodos computacionais de otimização.

3.1 Modelagem do retorno marginal, saturação e efeitos temporais

A relação entre investimento publicitário e resultado não apresenta necessariamente um comportamento proporcional, limitando a utilização de modelos exclusivamente lineares nas decisões orçamentárias. Yang et al. (2022) identificaram que o aumento do investimento pode elevar os resultados totais e, simultaneamente, reduzir o retorno sobre o investimento, comportamento compatível com os retornos marginais decrescentes. Park et al. (2022), por sua vez, aplicaram programação não linear à distribuição de orçamento entre canais digitais. Os fundamentos dessas abordagens remontam a Vidale e Wolfe (1957), que modelaram a resposta das vendas à publicidade considerando intensidade, decaimento e limites de crescimento, e a Hanssens, Parsons e Schultz (2001), que sistematizaram aplicações econométricas e de séries temporais às respostas de mercado.

É necessário, entretanto, distinguir o retorno médio do marginal. Enquanto indicadores como o retorno sobre o investimento relacionam resultados e recursos aplicados, o retorno marginal representa a contribuição adicional de um incremento no orçamento, podendo ser expresso pela derivada da função de resposta publicitária:

$$RM(x) = \frac{dR(x)}{dx} \quad (1)$$

em que R(x) representa o resultado publicitário estimado em função do investimento x, e RM(x) corresponde à sua variação marginal. A redução do retorno médio, isoladamente, não determina o ponto de saturação, pois as curvas de resposta podem apresentar formatos côncavos ou sigmoides, com comportamentos distintos dos ganhos incrementais (YANG et al., 2022; PARK et al., 2022).

Entre as formulações não lineares, destaca-se a função de Hill, discutida por Jin et al. (2017), capaz de representar curvas côncavas e sigmoides conforme seus parâmetros:

$$H(x) = \frac{x^S}{x^S + K^S} \quad (2)$$

Nessa expressão, x representa o investimento ou a exposição, s determina o formato da curva e K corresponde ao ponto em que a função atinge metade de seu valor máximo. Para s superior a 1, a curva é sigmoidal; para valores positivos iguais ou inferiores a 1, apresenta comportamento côncavo. A inclinação da curva permite interpretar a contribuição marginal de investimentos adicionais.

Além da saturação, a modelagem deve considerar a persistência temporal dos efeitos publicitários. Gong et al. (2024) incorporaram padrões temporais e saturação ao CausalMMM, enquanto Morais et al. (2024) associaram esses efeitos a um algoritmo de evolução diferencial para otimização orçamentária. A persistência publicitária possui antecedentes em Broadbent (1979), que investigou o decaimento dos efeitos da publicidade televisiva. Na modelagem contemporânea, Jin et al. (2017) apresentam uma transformação de *adstock* com decaimento geométrico:

$$A_t = x_t + \alpha A_{t-1} \quad (3)$$

em que A_t representa o efeito publicitário acumulado no período atual, x_t o investimento desse período, A_{t-1} o efeito acumulado anteriormente e α a taxa de retenção, entre 0 e 1, inferior a 1 para representar o decaimento. Assim, investimentos anteriores podem continuar influenciando os resultados posteriores, com intensidade progressivamente reduzida.

Entretanto, incorporar efeitos temporais não assegura estimativas confiáveis. Franses (2025) identificou limitações estatísticas na formulação convencional do *adstock*, incluindo dificuldades de inferência e risco de relações espúrias entre publicidade e vendas. Essas observações complementam Gong et al. (2024) e Morais et al. (2024), evidenciando a necessidade de avaliar os pressupostos dos modelos e a consistência das relações estimadas.

A comparação entre Morais et al. (2024) e Dulara, Mahakalanda e Jayathunga (2026) também evidencia diferenças na integração entre modelagem e otimização. Enquanto Morais et al. (2024) utilizaram curvas de saturação e *adstock* para orientar investimentos com foco no retorno publicitário, Dulara, Mahakalanda e Jayathunga (2026) combinaram aprendizado de máquina e algoritmos genéticos para representar relações entre investimento e alcance, identificando níveis de eficiência e saturação. Entretanto, os resultados não são diretamente equivalentes, pois alcance, conversões e receita representam dimensões distintas do desempenho. Portanto, a identificação e a interpretação da saturação dependem da variável analisada, do objetivo da campanha e da adequação da técnica ao fenômeno investigado (YANG et al., 2022; MORAIS et al., 2024; DULARA, MAHAKALANDA e JAYATHUNGA, 2026).

3.2 Mensuração do desempenho publicitário

A identificação do retorno marginal e da saturação depende da qualidade dos dados e da consideração dos fatores que influenciam os resultados publicitários. Fareniuk e Chornous

(2023) aplicaram o Marketing Mix Modeling ao setor varejista, relacionando canais de comunicação a indicadores de tráfego e vendas para estimar suas contribuições e subsidiar decisões orçamentárias. Qin, Pauwels e Zhou (2024), ao investigarem aproximadamente 122 mil combinações de marcas e categorias, identificaram diferenças na efetividade dos formatos publicitários conforme o porte das marcas e os indicadores do funil de marketing. Em conjunto, esses estudos demonstram que a interpretação do desempenho depende do contexto e da variável mensurada, impedindo a generalização de recomendações entre públicos e objetivos distintos.

A escolha das técnicas de modelagem também influencia a confiabilidade das estimativas. Estevez, Ballestar e Sainz (2025) compararam abordagens econométricas tradicionais e soluções automatizadas de Marketing Mix Modeling, identificando diferenças de complexidade, reprodutibilidade e explicabilidade. Gong et al. (2024), por sua vez, exploraram uma abordagem computacional que incorpora a aprendizagem de estruturas causais e padrões de resposta publicitária. Entretanto, a capacidade preditiva não assegura, isoladamente, a identificação confiável dos efeitos de investimentos adicionais. Zhou et al. (2023) demonstraram que melhorias na precisão dos parâmetros estimados não conduzem necessariamente a decisões superiores, reforçando a importância de avaliar tanto as estimativas quanto sua utilização na alocação de recursos.

Chan e Perry (2017) também identificaram limitações do Marketing Mix Modeling relacionadas à disponibilidade de dados, à correlação entre variáveis e aos vieses de seleção em informações observacionais. Segundo os autores, modelos com bom desempenho preditivo podem produzir estimativas distintas sobre a contribuição dos canais e a distribuição ideal de orçamento. Nesse contexto, experimentos controlados oferecem evidências relevantes sobre efeitos incrementais e podem contribuir para a calibração dos modelos, embora envolvam desafios operacionais e financeiros. Sua utilização, portanto, não elimina a necessidade de examinar os pressupostos e as limitações das estimativas.

A aplicação computacional dessas abordagens pode ser observada em ferramentas de código aberto como o Robyn, desenvolvido pela Meta, e o Meridian, disponibilizado pelo Google. O Robyn combina regressão regularizada e otimização automatizada de hiperparâmetros, incorporando transformações de saturação e *adstock*. O Meridian utiliza uma estrutura bayesiana que permite incorporar informações prévias, representar efeitos temporais e estimar incertezas associadas aos parâmetros. Ambas disponibilizam recursos de avaliação,

calibração com evidências experimentais e otimização orçamentária, exemplificando diferentes possibilidades de implementação dos métodos discutidos na literatura (META, [s.d.]; GOOGLE, [s.d.]).

Sob a perspectiva da Engenharia de Software, a confiabilidade dessas aplicações depende de processos de coleta, integração, preparação, modelagem e validação dos dados. A combinação de informações provenientes de diferentes plataformas exige consistência entre indicadores, variáveis e períodos de observação, evitando interpretações inadequadas das relações estimadas. Além disso, a reprodutibilidade das análises requer documentação dos procedimentos, versionamento de dados e modelos e monitoramento contínuo do desempenho. A seleção dos métodos também deve considerar os objetivos da análise e a explicabilidade das estimativas produzidas (FARENIUK; CHORNOUS, 2023; ESTEVEZ; BALLESTAR; SAINZ, 2025).

Dessa forma, a complexidade computacional não constitui, isoladamente, um indicador de superioridade metodológica. Modelos econométricos, técnicas de aprendizado de máquina e abordagens causais apresentam contribuições distintas, cuja adequação depende dos dados e do problema investigado. Para mensurar o retorno marginal e a saturação, é fundamental avaliar a consistência das relações estimadas, a representação dos efeitos temporais e as limitações dos modelos antes de utilizar seus resultados na tomada de decisão (FRANSES, 2025; GONG et al., 2024; ESTEVEZ; BALLESTAR; SAINZ, 2025).

3.3 Otimização e alocação de orçamento

A aplicação dos modelos à distribuição de recursos complementa a mensuração publicitária, permitindo avaliar alternativas de investimento conforme objetivos e restrições definidos. Park et al. (2022) investigaram a programação não linear para alocação entre canais digitais, enquanto Morais et al. (2024) integraram efeitos de saturação e *adstock* a um algoritmo de evolução diferencial. Dulara, Mahakalanda e Jayathunga (2026), por sua vez, combinaram curvas de resposta estimadas por aprendizado de máquina e algoritmos genéticos para otimizar a distribuição de recursos. Embora essas abordagens relacionem modelagem e otimização, apresentam objetivos distintos, incluindo retorno financeiro e alcance publicitário. Assim, a adequação das decisões depende tanto da confiabilidade das estimativas quanto da definição da função objetivo utilizada.

Além das curvas de resposta, a literatura apresenta técnicas capazes de atualizar decisões conforme novas informações são observadas. Nuara et al. (2022) investigaram a otimização

conjunta de lances e orçamentos diários; Li et al. (2024) combinaram aprendizado por reforço e evolução diferencial para alocação multicanal; e Cai et al. (2023) exploraram aprendizado por reforço com restrições a partir de dados históricos. Gigli e Stella (2025) também investigaram estratégias de aprendizagem em ambientes publicitários dinâmicos, enquanto Gangopadhyay et al. (2025), em resumo expandido de conferência, apresentaram uma abordagem baseada em bandits combinatórios. Essas técnicas contribuem para decisões adaptativas, mas não necessariamente estimam a saturação. Além disso, Gigli e Stella (2024) demonstraram a importância de considerar recompensas observadas com atraso, pois conversões ainda não registradas podem comprometer a avaliação do desempenho e a distribuição orçamentária.

A otimização também envolve restrições operacionais e incertezas não representadas exclusivamente pelas curvas de saturação. Dai et al. (2024) investigaram mecanismos de controle do ritmo de utilização do orçamento, enquanto Dündar, Abou Nabout e Skiera (2026) avaliaram estratégias de distribuição temporal por meio de análise contrafactual. Esses estudos evidenciam a influência das condições de entrega e do momento de utilização dos recursos. Quanto à incerteza, Yahia e ElBolok (2025) empregaram programação não linear estocástica, enquanto Sedlářová Nehézová et al. (2026) utilizaram otimização robusta para lidar com variações nos custos de conversão. Essas abordagens indicam que soluções com menor desempenho nominal podem oferecer maior proteção diante de cenários desfavoráveis.

Danaei, Akbarpour Shirazi e Sheikh (2026) investigaram algoritmos de aprendizado por reforço profundo para otimização multicanal. Na avaliação offline, realizada com dados de 107 campanhas reais e um ambiente simulado, a melhor estratégia apresentou recompensa média 18,9% superior à referência histórica. Entretanto, esse resultado não representa aumento de receita efetivamente observado em campanhas operacionais. Da mesma forma, melhorias em alcance ou indicadores computacionais não demonstram, isoladamente, maior retorno financeiro. Essas diferenças de objetivos, métricas e condições de avaliação impedem comparações diretas de desempenho entre as abordagens.

Em conjunto, os estudos demonstram que métodos de programação matemática, algoritmos evolutivos e aprendizado por reforço apresentam possibilidades distintas de aplicação, conforme os dados disponíveis, a dinâmica das campanhas e as restrições orçamentárias. A complexidade do algoritmo, isoladamente, não determina a qualidade da solução. É necessário considerar a correspondência entre função objetivo, estimativas de desempenho e decisão pretendida, pois uma distribuição matematicamente ótima não assegura

resultados superiores quando os dados ou pressupostos apresentam limitações (MORAIS et al., 2024; LI et al., 2024; YAHIA; ELBOLOK, 2025).

Considerando os três eixos analisados, a principal contribuição das técnicas de Ciência de Dados está na integração entre modelagem, mensuração e otimização. As curvas de resposta permitem investigar retornos marginais decrescentes e saturação, enquanto os efeitos temporais representam a persistência da publicidade. Quando adequadamente estimadas e interpretadas, essas informações podem subsidiar decisões de distribuição de recursos. Entretanto, a heterogeneidade das bases de dados, indicadores, modelos e procedimentos de avaliação, incluindo aplicações empíricas, simulações e análises contrafactuais, limita a generalização dos achados e impede comparações quantitativas diretas. Por se tratar de uma revisão narrativa, não se pretende estabelecer medidas agregadas de desempenho ou determinar estatisticamente a superioridade de determinado método. Assim, a literatura permite responder ao problema de pesquisa ao demonstrar como técnicas de Ciência de Dados apoiam a compreensão do comportamento dos investimentos e a alocação orçamentária, desde que consideradas a qualidade dos dados, a adequação dos modelos e as limitações das estimativas.

3.4 Implicações para a engenharia de software

A análise dos estudos selecionados evidencia que a aplicação de técnicas de Ciência de Dados à mídia paga depende não apenas da escolha de algoritmos, mas também de processos computacionais capazes de transformar dados publicitários em informações confiáveis para a tomada de decisão. Nesse contexto, a Engenharia de Software contribui para a organização, implementação, validação e manutenção de soluções destinadas à mensuração do retorno marginal, da saturação e à otimização de investimentos.

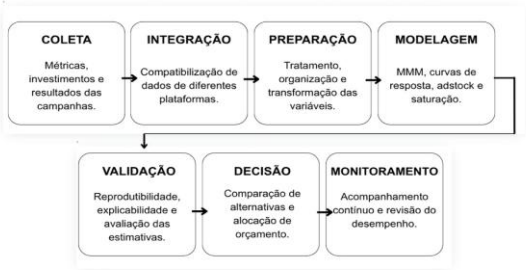
A coleta e a integração de dados provenientes de diferentes canais exigem compatibilidade entre métricas, períodos de observação e unidades de medida. Fareniuk e Chornous (2023) exemplificam essa integração ao relacionar investimentos publicitários a indicadores de desempenho no varejo, enquanto Chan e Perry (2017) destacam limitações decorrentes da disponibilidade e da natureza observacional dos dados. Na preparação, torna-se necessário verificar a consistência das informações, tratar registros incompletos e organizar variáveis conforme os objetivos da análise. Transformações relacionadas ao *adstock* e à saturação também devem respeitar os pressupostos dos métodos utilizados, evitando interpretações inadequadas das relações estimadas.

Na modelagem, os dados preparados são utilizados para estimar relações entre investimento e resultado. Estevez, Ballestar e Sainz (2025) discutem diferenças entre abordagens econométricas tradicionais e soluções automatizadas, especialmente quanto à reprodutibilidade e à explicabilidade. Ferramentas como Robyn e Meridian exemplificam implementações computacionais dessas técnicas, incorporando recursos de avaliação e otimização. Entretanto, a validação permanece indispensável, pois resultados estatisticamente satisfatórios não garantem estimativas confiáveis de efeitos incrementais. Nesse sentido, Chan e Perry (2017) reforçam a necessidade de avaliar limitações dos dados observacionais, enquanto Estevez, Ballestar e Sainz (2025) evidenciam a importância de procedimentos que permitam verificar e reproduzir os resultados.

A utilização das estimativas na tomada de decisão exige considerar funções objetivo, indicadores e restrições orçamentárias. Park et al. (2022) e Morais et al. (2024) apresentam aplicações que relacionam modelagem e otimização de recursos, embora soluções matematicamente adequadas não assegurem desempenho superior em condições operacionais distintas. O monitoramento, por sua vez, permite acompanhar a consistência dos dados e o comportamento dos modelos ao longo do tempo, utilizando práticas de documentação, versionamento e avaliação contínua.

Dessa forma, as etapas de coleta, integração, preparação, modelagem, validação, decisão e monitoramento constituem um fluxo conceitual de apoio ao desenvolvimento de soluções computacionais para mídia paga. Essa representação não corresponde a um sistema implementado nesta pesquisa, mas sintetiza as implicações técnicas identificadas na literatura. A Figura 3 apresenta esse fluxo, destacando a articulação entre as etapas e sua importância para a confiabilidade das estimativas e das decisões orçamentárias.

Figura 3 – Fluxo conceitual de aplicação da Engenharia de Software à modelagem e otimização de mídia paga



Fonte: Elaborada pelo autor, com base nos estudos analisados (2026).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo analisar como técnicas de Ciência de Dados têm sido utilizadas para modelar o retorno marginal e a saturação em mídia paga, considerando suas aplicações e contribuições para a alocação de orçamento publicitário. A partir da revisão narrativa de 21 publicações científicas, foi possível identificar diferentes abordagens estatísticas e computacionais destinadas à compreensão do comportamento dos investimentos e ao apoio à tomada de decisão. A análise evidenciou que a relação entre investimento e resultado não apresenta necessariamente um comportamento proporcional, tornando relevante a utilização de modelos capazes de representar os retornos marginais decrescentes, os efeitos de saturação e a persistência temporal da publicidade.

A caracterização dos conceitos fundamentais permitiu reconhecer a importância das curvas de resposta para compreender as alterações no desempenho diante de diferentes níveis de investimento, bem como da distinção entre retorno médio e marginal para avaliar a contribuição de recursos adicionais. Nesse contexto, a incorporação do *adstock* permite considerar que os efeitos publicitários podem permanecer após a exposição, enquanto as funções não lineares contribuem para representar a redução progressiva dos ganhos incrementais. Entretanto, a interpretação desses fenômenos depende da variável utilizada para mensurar os resultados, uma vez que indicadores como alcance, conversões e receita representam dimensões distintas do desempenho publicitário.

Quanto aos métodos identificados, observou-se a aplicação de modelos econométricos, técnicas de aprendizado de máquina, inferência causal, algoritmos evolutivos, aprendizado por

reforço e procedimentos de otimização matemática. A comparação entre essas abordagens permitiu reconhecer contribuições relacionadas à representação de relações não lineares, à mensuração dos efeitos publicitários e à distribuição de recursos sob diferentes restrições. Contudo, também foram identificadas limitações associadas à qualidade e à disponibilidade dos dados, aos pressupostos dos modelos, à explicabilidade das estimativas e às diferenças entre os procedimentos de validação. Além disso, resultados obtidos em ambientes simulados ou por análises contrafactuais não devem ser interpretados como ganhos financeiros efetivamente comprovados em campanhas operacionais.

Em resposta ao problema de pesquisa, conclui-se que as técnicas de Ciência de Dados podem apoiar a alocação de orçamento ao transformar estimativas de desempenho em informações para a comparação de alternativas de investimento. Entretanto, a confiabilidade dessas recomendações depende da adequação dos métodos aos objetivos publicitários, da consistência dos dados e da consideração das incertezas envolvidas. Sob a perspectiva da Engenharia de Software, esses aspectos reforçam a importância dos processos de coleta, integração, preparação, validação e monitoramento dos dados e modelos, assim como da reprodutibilidade e da explicabilidade das soluções computacionais utilizadas.

Como limitações da presente pesquisa, destacam-se sua natureza narrativa, a delimitação temporal das publicações analisadas e a heterogeneidade dos métodos, indicadores e contextos de aplicação, fatores que restringem a generalização dos achados e impossibilitam estabelecer comparações quantitativas diretas entre os resultados. Além disso, a ausência de implementação e validação experimental própria impede verificar empiricamente o desempenho das abordagens discutidas. Para pesquisas futuras, recomenda-se a realização de estudos aplicados com dados de campanhas reais, comparações entre diferentes técnicas de modelagem e otimização e avaliações que considerem a confiabilidade das estimativas, os efeitos temporais e os resultados efetivamente observados após decisões de redistribuição orçamentária. Dessa forma, o estudo contribui para a compreensão crítica das possibilidades e limitações da Ciência de Dados na mensuração do desempenho publicitário e na fundamentação de decisões de investimento em mídia paga.

DECLARAÇÃO DE USO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Declara-se que foi utilizada a ferramenta de Inteligência Artificial ChatGPT (OpenAI) como recurso auxiliar no processo de organização e seleção dos eixos temáticos abordados nos

artigos utilizados como referência, contribuindo para a sistematização e estruturação do conteúdo.

Ressalta-se, entretanto, que a elaboração textual, a interpretação dos dados, a análise crítica e as considerações apresentadas no presente trabalho são de inteira responsabilidade e autoria dos pesquisadores, não tendo sido delegadas à ferramenta de Inteligência Artificial.

A utilização da ferramenta restringiu-se, portanto, ao apoio organizacional, preservando-se a autonomia intelectual, o rigor científico e a responsabilidade dos autores sobre todo o conteúdo produzido.

REFERÊNCIAS

BROADBENT, Simon. One way TV advertisements work. Journal of the Market Research Society, London, v. 21, n. 3, p. 139-166, 1979. Disponível em: https://amsr.contentdm.oclc.org/digital/collection/p21050coll2/id/5193. Acesso em: 13 nov. 2026.

CAI, Tianchi; JIANG, Jiyan; ZHANG, Wenpeng; ZHOU, Shiji; SONG, Xierui; YU, Li; GU, Lihong; ZENG, Xiaodong; GU, Jinjie; ZHANG, Guannan. Marketing budget allocation with offline constrained deep reinforcement learning. In: ACM INTERNATIONAL CONFERENCE ON WEB SEARCH AND DATA MINING, 16., 2023, Singapore. Proceedings of the Sixteenth ACM International Conference on Web Search and Data Mining. New York: Association for Computing Machinery, 2023. p. 186-194. DOI: 10.1145/3539597.3570486. Disponível em: https://doi.org/10.1145/3539597.3570486. Acesso em: 4 out. 2026.

CHAN, David; PERRY, Michael. Challenges and opportunities in media mix modeling. New York: Google, 2017. Disponível em: https://research.google.com/pubs/archive/45998.pdf. Acesso em: 13 nov. 2026.

DAI, Liang; LYU, Kejie; ZHANG, Chengcheng; ZHAO, Guangming; ZU, Zhonglin; WANG, Liang; ZHENG, Bo. Percentile risk-constrained budget pacing for guaranteed display advertising in online optimization. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, [S. l.], v. 38, n. 8, p. 7987-7994, 2024. DOI: 10.1609/aaai.v38i8.28636. Disponível em: https://doi.org/10.1609/aaai.v38i8.28636. Acesso em: 4 out. 2026.

DANAEI, Mohsen; AKBARPOUR SHIRAZI, Mohsen; SHEIKH, Alireza. An ensemble deep reinforcement learning framework for multi-channel advertising budget optimization: a practical AI approach. Applied Artificial Intelligence, [S. l.], v. 40, n. 1, e2684155, 2026. DOI: 10.1080/08839514.2026.2684155. Disponível em: https://doi.org/10.1080/08839514.2026.2684155. Acesso em: 4 out. 2026.

DULARA, Thejan; MAHAKALANDA, Indra; JAYATHUNGA, Prasanga. Exposure-based media mix modeling using machine learning and genetic algorithms: an audience reach optimization framework for advertising budget allocation. International Journal of Advanced

Computer Science and Applications, [S. l.], v. 17, n. 2, p. 151-160, 2026. DOI: 10.14569/IJACSA.2026.0170217. Disponível em: https://doi.org/10.14569/IJACSA.2026.0170217. Acesso em: 4 out. 2026.

DÜNDAR, Uğurcan; ABOU NABOUT, Nadia; SKIERA, Bernd. Getting the pace right: performance of budget allocation heuristics in online advertising. International Journal of Research in Marketing, [S. l.], v. 43, n. 3, p. 693-712, 2026. DOI: 10.1016/j.ijresmar.2025.09.006. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.ijresmar.2025.09.006. Acesso em: 4 out. 2026.

ESTEVEZ, Macarena; BALLESTAR, María Teresa; SAINZ, Jorge. A primer on out-of-the-box AI marketing mix models. IEEE Transactions on Engineering Management, [S. l.], v. 72, p. 282-294, 2025. DOI: 10.1109/TEM.2024.3519172. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TEM.2024.3519172. Acesso em: 4 out. 2026.

FARENIUK, Yana; CHORNOUS, Galyna. Optimization of media strategy via marketing mix modeling in retailing. Ekonomika, Vilnius, v. 102, n. 1, p. 6-25, 2023. DOI: 10.15388/Ekon.2023.102.1.1. Disponível em: https://doi.org/10.15388/Ekon.2023.102.1.1. Acesso em: 4 out. 2026.

FRANSES, Philip Hans. Adstock revisited. Applied Economics, [S. l.], v. 57, n. 8, p. 882-886, 2025. DOI: 10.1080/00036846.2024.2309463. Disponível em: https://doi.org/10.1080/00036846.2024.2309463. Acesso em: 4 out. 2026.

GANGOPADHYAY, Briti; WANG, Zhao; CHIAPPA, Alberto Silvio; TAKAMATSU, Shingo. Adaptive budget optimization for multichannel advertising using combinatorial bandits. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, 24., 2025, Detroit. Proceedings of the 24th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems. [S. l.]: IFAAMAS, 2025. p. 2532-2534. DOI: 10.5555/3709347.3743927. Disponível em: https://doi.org/10.5555/3709347.3743927. Acesso em: 4 out. 2026.

GIGLI, Marco; STELLA, Fabio. Bootstrap your conversions: Thompson sampling for partially observable delayed rewards. In: CONFERENCE ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE, 40., 2024, Barcelona. Proceedings of the Fortieth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. [S. l.]: PMLR, 2024. v. 244, p. 1438-1452. Disponível em: https://proceedings.mlr.press/v244/gigli24a.html. Acesso em: 4 out. 2026.

GIGLI, Marco; STELLA, Fabio. Multi-armed bandits for performance marketing. International Journal of Data Science and Analytics, [S. l.], v. 20, n. 1, p. 151-165, 2025. DOI: 10.1007/s41060-023-00493-7. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s41060-023-00493-7. Acesso em: 4 out. 2026.

GONG, Chang; YAO, Di; ZHANG, Lei; CHEN, Sheng; LI, Wenbin; SU, Yueyang; BI, Jingping. CausalMMM: learning causal structure for marketing mix modeling. In: ACM INTERNATIONAL CONFERENCE ON WEB SEARCH AND DATA MINING, 17., 2024, Mérida. Proceedings of the 17th ACM International Conference on Web Search and Data Mining. New York: Association for Computing Machinery, 2024. p. 238-246. DOI: 10.1145/3616855.3635766. Disponível em: https://doi.org/10.1145/3616855.3635766. Acesso em: 4 out. 2026.

GOOGLE. An introduction to Meridian. Google for Developers, [s. d.]. Disponível em: https://developers.google.com/meridian/docs/basics/meridian-introduction. Acesso em: 13 nov. 2026.

HANSSENS, Dominique M.; PARSONS, Leonard J.; SCHULTZ, Randall L. Market response models: econometric and time series analysis. 2. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001. DOI: 10.1007/b109775. Disponível em: https://doi.org/10.1007/b109775. Acesso em: 13 nov. 2026.

JIN, Yuxue; WANG, Yueqing; SUN, Yunting; CHAN, David; KOEHLER, Jim. Bayesian methods for media mix modeling with carryover and shape effects. New York: Google, 2017. Disponível em: https://research.google.com/pubs/archive/46001.pdf. Acesso em: 13 nov. 2026.

LI, Mengfan; ZHANG, Jian; ALIZADEHSANI, Roohallah; PŁAWIAK, Paweł. A multi-channel advertising budget allocation using reinforcement learning and an improved differential evolution algorithm. IEEE Access, [S. l.], v. 12, p. 100559-100580, 2024. DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3429359. Disponível em: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3429359. Acesso em: 4 out. 2026.

META. Welcome to Robyn. Robyn, [s. d.]. Disponível em: https://facebookexperimental.github.io/Robyn/docs/welcome/. Acesso em: 13 nov. 2026.

MORAIS, Leonardo Kerkhoff de; BORGES, Danilo Augusto da Silva; MOREIRA, Miguel Ângelo Lellis; COSTA, Igor Pinheiro de Araújo; FÁVERO, Luiz Paulo; SANTOS, Marcos dos. Differential evolution framework for budget optimization in marketing models with saturation and adstock effects. Procedia Computer Science, [S. l.], v. 242, p. 520-527, 2024. DOI: 10.1016/j.procs.2024.08.097. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.procs.2024.08.097. Acesso em: 4 out. 2026.

NUARA, Alessandro; TROVÒ, Francesco; GATTI, Nicola; RESTELLI, Marcello. Online joint bid/daily budget optimization of internet advertising campaigns. Artificial Intelligence, [S. l.], v. 305, 103663, 2022. DOI: 10.1016/j.artint.2022.103663. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.artint.2022.103663. Acesso em: 4 out. 2026.

PARK, Sung-Hyuk; LEE, Minhyung; KIM, Kitae; SHIN, Dongwook. A nonlinear optimization model of advertising budget allocation across multiple digital media channels. In: HAWAII INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEM SCIENCES, 55., 2022. Proceedings of the 55th Hawaii International Conference on System Sciences. Honolulu: University of Hawai'i at Mānoa, 2022. p. 2166-2173. DOI: 10.24251/HICSS.2022.272. Disponível em: https://doi.org/10.24251/HICSS.2022.272. Acesso em: 4 out. 2026.

QIN, Vivian; PAUWELS, Koen; ZHOU, Bobby. Data-driven budget allocation of retail media by ad product, funnel metric, and brand size. Journal of Marketing Analytics, [S. l.], v. 12, n. 2, p. 235-249, 2024. DOI: 10.1057/s41270-024-00294-2. Disponível em: https://doi.org/10.1057/s41270-024-00294-2. Acesso em: 4 out. 2026.

SEDLÁŘOVÁ NEHÉZOVÁ, Tereza; KVASNIČKA, Roman; BROŽOVÁ, Helena; HLAVATÝ, Robert; KVASNIČKOVÁ STANISLAVSKÁ, Lucie. A robust optimization approach to budget optimization in online marketing campaigns. Central European Journal of

Operations Research, [S. l.], v. 34, n. 2, p. 495-526, 2026. DOI: 10.1007/s10100-025-00984-x. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s10100-025-00984-x. Acesso em: 4 out. 2026.

VIDALE, M. L.; WOLFE, H. B. An operations-research study of sales response to advertising. Operations Research, [S. l.], v. 5, n. 3, p. 370-381, 1957. DOI: 10.1287/opre.5.3.370. Disponível em: https://doi.org/10.1287/opre.5.3.370. Acesso em: 13 nov. 2026.

YAHIA, Zakaria; ELBOLOK, Mostafa. A stochastic nonlinear programming model for budget mix optimization of digital marketing campaigns under uncertainty. Future Business Journal, [S. l.], v. 11, n. 1, art. 238, 2025. DOI: 10.1186/s43093-025-00664-x. Disponível em: https://doi.org/10.1186/s43093-025-00664-x. Acesso em: 4 out. 2026.

YANG, Yanwu; FENG, Baozhu; SALMINEN, Joni; JANSEN, Bernard J. Optimal advertising for a generalized Vidale-Wolfe response model. Electronic Commerce Research, [S. l.], v. 22, n. 4, p. 1275-1305, 2022. DOI: 10.1007/s10660-021-09468-x. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s10660-021-09468-x. Acesso em: 4 out. 2026.

ZHOU, Hao; LI, Shaoming; JIANG, Guibin; ZHENG, Jiaqi; WANG, Dong. Direct heterogeneous causal learning for resource allocation problems in marketing. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, [S. l.], v. 37, n. 4, p. 5446-5454, 2023. DOI: 10.1609/aaai.v37i4.25677. Disponível em: https://doi.org/10.1609/aaai.v37i4.25677. Acesso em: 4 out. 2026.