

DA PREVISÃO CURRICULAR À PRÁTICA: UMA PROPOSTA PARA INCORPORAR PRÁTICAS DE DEMONSTRAÇÃO E JUSTIFICAÇÃO MATEMÁTICA AO COTIDIANO DAS AULAS

FROM CURRICULAR EXPECTATIONS TO PRACTICE: A PROPOSAL TO INCORPORATE MATHEMATICAL PROOF AND JUSTIFICATION PRACTICES INTO EVERYDAY CLASSROOM TEACHING

DE LA PREVISIÓN CURRICULAR A LA PRÁCTICA: UNA PROPUESTA PARA INCORPORAR PRÁCTICAS DE DEMOSTRACIÓN Y JUSTIFICACIÓN MATEMÁTICA AL TRABAJO COTIDIANO EN EL AULA

Carlos Gonçalves do Rei Filho¹
Arlindo Francisco de Souza Junior²

RESUMO: Este artigo apresenta uma proposta para orientar a incorporação de práticas de demonstração e justificação matemática ao cotidiano das aulas. No contexto da Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê raciocínio, argumentação, formulação de conjecturas, dedução de propriedades e demonstrações simples. A pesquisa em Educação Matemática, por sua vez, oferece contribuições sobre descoberta, formas de validação, concepções de prova, funções da demonstração, mediação docente e discussão de argumentos. O desafio considerado neste trabalho é reunir essas contribuições de modo que possam orientar decisões concretas de ensino e favorecer a presença mais frequente da justificação e da demonstração no desenvolvimento dos conteúdos. A partir de uma síntese teórica interpretativa, são apresentados quatro aspectos a considerar para a proposta e cinco orientações para a prática, acompanhadas de considerações sobre a organização das atividades, a ação docente, a incorporação gradual dessas práticas e possíveis indicadores de acompanhamento. A proposta procura conciliar exploração, participação dos estudantes e rigor matemático, evitando tanto a formalização precoce quanto atividades de exploração que terminam sem uma discussão sobre a validade das afirmações. Dois exemplos ilustram sua aplicação: a demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo e a obtenção da fórmula para a soma dos primeiros números naturais. O estudo tem natureza teórico-propositiva e seus efeitos ainda precisam ser investigados empiricamente.

Palavras-chave: Demonstração matemática. Justificação matemática. Argumentação. Ensino de Matemática. Prática docente.

¹ Doutor em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Professor do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Orientador no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Pesquisador na área de Ensino de Matemática.

² Licenciado em Matemática pela FAMASUL. Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL).

ABSTRACT: This article presents a proposal to guide the incorporation of mathematical proof and justification practices into everyday classroom teaching. In the context of Basic Education, the Brazilian National Common Core Curriculum (BNCC) includes reasoning, argumentation, conjecture formulation, deduction of properties, and simple proofs. Research in Mathematics Education, in turn, offers contributions concerning discovery, forms of validation, conceptions of proof, functions of proof, teacher mediation, and discussion of arguments. The challenge addressed in this study is to bring these contributions together so that they can inform concrete teaching decisions and foster a more frequent presence of justification and proof in the development of mathematical content. Based on an interpretive theoretical synthesis, four aspects to be considered in the proposal and five guidelines for practice are presented, along with considerations on activity organization, teacher action, the gradual incorporation of these practices, and possible monitoring indicators. The proposal seeks to reconcile exploration, student participation, and mathematical rigor, avoiding both premature formalization and exploratory activities that end without discussion of the validity of statements. Two examples illustrate its application: the proof of the sum of the interior angles of a triangle and the derivation of the formula for the sum of the first natural numbers. The study is theoretical-propositional in nature, and its effects still need to be investigated empirically.

Keywords: Mathematical proof. Mathematical justification. Argumentation. Mathematics teaching. Teaching practice.

RESUMEN: Este artículo presenta una propuesta para orientar la incorporación de prácticas de demostración y justificación matemática al trabajo cotidiano en el aula. En el contexto de la Educación Básica, la Base Nacional Común Curricular (BNCC) prevé razonamiento, argumentación, formulación de conjeturas, deducción de propiedades y demostraciones sencillas. La investigación en Educación Matemática, por su parte, ofrece aportes sobre descubrimiento, formas de validación, concepciones de la prueba, funciones de la demostración, mediación docente y discusión de argumentos. El desafío considerado en este trabajo consiste en reunir esas contribuciones de modo que puedan orientar decisiones concretas de enseñanza y favorecer una presencia más frecuente de la justificación y la demostración en el desarrollo de los contenidos. A partir de una síntesis teórica interpretativa, se presentan cuatro aspectos a considerar en la propuesta y cinco orientaciones para la práctica, acompañados de consideraciones sobre la organización de las actividades, la actuación docente, la incorporación gradual de estas prácticas y posibles indicadores de seguimiento. La propuesta busca conciliar exploración, participación de los estudiantes y rigor matemático, evitando tanto la formalización prematura como actividades de exploración que terminan sin una discusión sobre la validez de las afirmaciones. Dos ejemplos ilustran su aplicación: la demostración de la suma de los ángulos interiores de un triángulo y la obtención de la fórmula para la suma de los primeros números naturales. El estudio es de carácter teórico-propositivo y sus efectos aún deben investigarse empíricamente.

Palabras clave: Demostración matemática. Justificación matemática. Argumentación. Enseñanza de la Matemática. Práctica docente.

INTRODUÇÃO

As demonstrações ocupam um lugar importante na Matemática, pois permitem justificar afirmações, explicar relações entre resultados e compreender por que determinadas propriedades são verdadeiras. No ensino, entretanto, fórmulas, propriedades e procedimentos podem ser apresentados como resultados prontos, acompanhados de regras de uso, sem que sua origem, suas condições de validade ou as razões que os sustentam sejam discutidas. Nesses casos, o estudante pode aprender a utilizar um resultado sem compreender por que ele é verdadeiro ou de onde provém.

Em trabalho anterior, discutimos razões para ampliar a presença das demonstrações no Ensino Básico (SILVA, REI FILHO e TORRES, 2024). O problema tratado neste artigo é um desdobramento dessa discussão. Em vez de considerar a demonstração apenas como objeto de atividades específicas, interessa-nos pensar em formas de incorporar ao desenvolvimento habitual dos conteúdos práticos como justificar uma propriedade, questionar a origem de uma fórmula, analisar um argumento e, quando pertinente, construir uma demonstração.

No contexto da Educação Básica, a BNCC oferece respaldo para essa perspectiva. O documento relaciona observações empíricas, induções e conjecturas à dedução de propriedades e à verificação de afirmações, além de destacar raciocínio, representação, comunicação e argumentação entre as capacidades associadas ao letramento matemático (BRASIL, 2018). A pesquisa em Educação Matemática também oferece contribuições importantes sobre descoberta, formas de validação, fontes de convencimento, funções da prova, concepções dos estudantes, mediação docente e critérios utilizados na discussão dos argumentos. Essas contribuições ajudam a compreender diferentes aspectos do ensino de prova e demonstração, mas não indicam, por si mesmas, como articulá-los no cotidiano das aulas.

É justamente nessa passagem para a prática que se situa o interesse deste trabalho. Incorporar demonstração e justificação não significa demonstrar todas as fórmulas e propriedades nem transformar toda aula em uma atividade de prova. Significa criar oportunidades, quando o conteúdo permitir, para perguntar de onde vem um resultado, por que ele vale, quais condições são necessárias e que razões permitem aceitá-lo. Pretende-se, assim, fazer com que justificar matematicamente apareça com maior naturalidade no desenvolvimento

dos conteúdos, e não apenas em exercícios ou momentos destinados especificamente à demonstração.

A proposta procura articular exploração e validação, evitando tanto a formalização apresentada antes que os estudantes reconheçam sua necessidade quanto atividades exploratórias que terminam sem discutir a validade das afirmações.

Diante disso, a pergunta que orienta o estudo é:

Como articular as orientações da BNCC e as contribuições da pesquisa em Educação Matemática em uma proposta capaz de orientar a incorporação de práticas de demonstração e justificação matemática ao cotidiano das aulas?

O objetivo é elaborar uma proposta que reúna aspectos e orientações capazes de auxiliar o professor no planejamento e na condução dessas práticas, considerando também a participação dos estudantes, o registro dos argumentos, a avaliação e sua incorporação gradual ao desenvolvimento dos conteúdos. Trata-se de um estudo teórico-propositivo. Os exemplos apresentados têm a função de mostrar como as ideias discutidas podem orientar situações de ensino, e não de validar empiricamente a proposta. Embora a discussão curricular tome a Educação Básica como referência, a proposta não é formulada para um ano escolar específico.

O artigo está organizado da seguinte forma. Inicialmente, são apresentados o percurso teórico-metodológico e os principais fundamentos utilizados. Em seguida, desenvolve-se a proposta para a incorporação de práticas de demonstração e justificação matemática ao cotidiano das aulas. Dois exemplos, um geométrico e outro aritmético-algébrico, mostram como essas ideias podem orientar o trabalho com conteúdos usuais. Por fim, são discutidas as contribuições, os limites e as possibilidades de investigação futura.

4

Percurso teórico-metodológico e fundamentos da proposta

A natureza desta pesquisa é teórico-propositiva, uma vez que parte da análise e da articulação de contribuições já consolidadas para elaborar uma proposta destinada a orientar a incorporação de práticas de demonstração e justificação matemática ao cotidiano das aulas. O estudo realiza uma síntese interpretativa da literatura, orientada por um problema pedagógico, e não uma revisão exaustiva das produções sobre o tema. A seleção e a organização do referencial teórico foram orientadas pela seguinte pergunta: quais contribuições ajudam a compreender as condições necessárias para que demonstrar, justificar, criticar argumentos e sistematizar resultados se tornem práticas recorrentes, e não atividades eventuais?

Neste artigo, os termos *prova* e *demonstração* são empregados como equivalentes, referindo-se a argumentos gerais e fundamentados que estabelecem a validade de uma afirmação matemática. A *justificação matemática* é entendida em sentido mais amplo, abrangendo argumentos, explicações e razões produzidos no processo de compreender e validar uma afirmação, ainda que nem sempre constituam uma demonstração completa. A expressão *práticas de demonstração e justificação matemática* procura contemplar essa variedade: nem toda situação de ensino precisa culminar em uma demonstração, mas muitas oferecem oportunidades para justificar, argumentar, questionar, analisar razões e, quando pertinente, demonstrar.

O referencial teórico foi constituído considerando a relevância das contribuições para o campo da prova e da demonstração, sua relação com a Educação Básica, a diversidade das perspectivas contempladas e sua capacidade de informar decisões observáveis no ensino. Foram priorizados trabalhos sobre resolução de problemas e descoberta (PÓLYA, 1954, 1995), formas de validação e esquemas de prova (BALACHEFF, 1988; HAREL e SOWDER, 1998), funções da demonstração e seu valor explicativo (DE VILLIERS, 1990; HANNA, 2000), prova escolar e conhecimento docente (STYLIANIDES, 2007; STYLIANIDES, 2011), concepções dos estudantes e mediação (HEALY e HOYLES, 2000; MARIOTTI, 2001), necessidade intelectual (HAREL, 2008) e normas sociomatemáticas (YACKEL e COBB, 1996). A revisão de Stylianides, Stylianides e Moutsios-Rentzos (2024) reforça a pertinência de abordagens que considerem de maneira articulada estudantes, professores, conteúdo e interações.

5

Para situar a proposta no debate brasileiro sobre currículo, rigor, conteúdo e participação, foram considerados Fiorentini (1995), Ávila (1993), Lima (2007), Skovsmose (2000) e Silva, Rei Filho e Torres (2024).

A elaboração da proposta ocorreu em três movimentos. No primeiro, identificamos o problema central abordado por cada perspectiva e suas implicações para o ensino. No segundo, comparamos convergências, diferenças e aspectos que permaneciam pouco articulados. No terceiro, transformamos essas contribuições em elementos capazes de orientar o planejamento, a realização e a avaliação das práticas. A comparação permitiu identificar quatro aspectos a considerar na incorporação dessas práticas: como distinguir exemplos e evidências de justificações mais gerais; como organizar situações que levem os estudantes a perceber a necessidade de justificar; como estabelecer critérios para discutir e avaliar argumentos; e como registrar e avaliar o conhecimento produzido. Esses aspectos orientaram a organização da

proposta apresentada na seção seguinte. A partir deles e das condições apontadas pela literatura para a passagem da exploração à validação e à sistematização, foram formuladas cinco orientações para a prática.

Rigor, conteúdo e participação no ensino de matemática

A discussão sobre a presença das demonstrações na Educação Básica precisa considerar as diferentes concepções de ensino que marcaram e ainda marcam as práticas escolares. Fiorentini (1995) mostra que o ensino de Matemática no Brasil não pode ser compreendido como uma sucessão linear de tendências, pois concepções distintas podem coexistir numa mesma época, instituição ou prática docente. Essa perspectiva impede tanto a idealização de modelos anteriores quanto a suposição de que as orientações curriculares contemporâneas já tenham sido integralmente incorporadas às salas de aula.

A crítica de Ávila (1993) ao movimento da Matemática Moderna dirige-se a antecipação ao uso de linguagem formal e de estruturas abstratas antes que os estudantes compreendam os problemas aos quais essa linguagem responde. Observações semelhantes aparecem nos Parâmetros Curriculares Nacionais, quando se aponta que a aproximação precoce entre a Matemática escolar e a forma final da Matemática acadêmica pode produzir um ensino excessivamente abstrato e distante das possibilidades de compreensão dos estudantes (BRASIL, 1997).

Essas críticas não significam que se deve abandonar o rigor matemático, os conteúdos ou os procedimentos abstratos. Lima (2007) defende a articulação entre conceituação, manipulação e aplicações. A conceituação envolve definições, propriedades e raciocínio dedutivo; a manipulação corresponde ao domínio de procedimentos, algoritmos e técnicas; e as aplicações abrangem tanto o uso da Matemática em situações externas quanto suas conexões internas. A incorporação de práticas de demonstração e justificação proposta neste artigo deve preservar essa articulação, situando técnicas e formalizações num percurso em que suas funções possam ser compreendidas.

A distinção de Skovsmose (2000) entre o paradigma do exercício e os cenários para investigação também contribui para essa discussão. Nos cenários investigativos, os estudantes participam da formulação de problemas, da exploração de possibilidades e da análise de resultados. Entretanto, a investigação, por si só, não assegura a incorporação de práticas de

demonstração e justificação. Para isso, é necessário que a exploração avance para a formulação de conjecturas, a análise crítica dos argumentos, a validação das afirmações e a sistematização do conhecimento produzido.

Em um plano pedagógico mais amplo, Freire (1996) reforça a importância de uma aprendizagem em que o estudante não se limite à recepção de conhecimentos prontos, mas participe por meio da curiosidade, da indagação e da busca de razões. Essa perspectiva é compatível com a proposta deste artigo, na qual participação e questionamento devem conviver com sistematização, conteúdo e rigor matemático.

A proposta, portanto, não se opõe aos exercícios, às técnicas, à exposição docente ou à formalização. O que se questiona é sua apresentação desvinculada da necessidade de compreender os problemas e as razões matemáticas a que respondem.

Contribuições da pesquisa sobre prova e demonstração

A resolução de problemas ocupa papel importante na constituição da necessidade de demonstrar. Em Pólya (1995), compreender o problema, elaborar uma estratégia, executar o plano e examinar retrospectivamente a solução são momentos interdependentes da atividade matemática. O raciocínio plausível, a analogia e a indução, discutidos por Pólya (1954), participam da descoberta e da formulação de conjecturas. Nesse contexto, a demonstração pode surgir como resposta a uma questão produzida durante a investigação, e não apenas como exigência acrescentada depois que o resultado já foi aceito.

A análise de Balacheff (1988) mostra que os estudantes podem produzir diferentes formas de validação. Argumentos apoiados em exemplos, medições, desenhos ou ações materiais podem sustentar uma convicção inicial, mas não são suficientes para justificar uma afirmação geral. A passagem de provas pragmáticas para provas intelectuais envolve, portanto, uma transformação na natureza das razões consideradas aceitáveis. Os esquemas de prova estudados por Harel e Sowder (1998) ajudam a compreender essa transformação: autoridade, repetição de casos particulares e relações dedutivas podem funcionar como fontes distintas de convencimento. A intervenção pedagógica não deve apenas classificar argumentos como certos ou errados, mas criar condições para que os estudantes reconheçam os limites de determinadas fontes de convicção e a necessidade de justificações mais gerais.

A demonstração também possui funções que ultrapassam a verificação. de Villiers (1990) destaca, entre outras, as funções de explicação, descoberta, comunicação e sistematização. Uma prova pode confirmar uma afirmação, revelar novos resultados, comunicar ideias e integrar uma propriedade a um sistema de conhecimentos. A defesa de provas explicativas desenvolvida por Hanna (2000) reforça que, no contexto escolar, uma demonstração pedagogicamente produtiva deve tornar visíveis as ideias responsáveis pela validade do resultado, sempre que isso for possível.

A noção de prova escolar formulada por Stylianides (2007) considera as afirmações aceitas pela comunidade da sala, as formas válidas de raciocínio e as representações utilizadas na comunicação do argumento. Essa concepção permite reconhecer que uma prova escolar não precisa reproduzir o formalismo universitário, mas deve preservar fundamentação, generalidade e encadeamento lógico. Ao mesmo tempo, Stylianides (2011) adverte que argumentos empíricos não devem ser classificados como provas de afirmações gerais, ainda que possam cumprir funções importantes na exploração e na produção de conjecturas.

As pesquisas de Healy e Hoyles (2000) mostram que os argumentos considerados convincentes pelos estudantes nem sempre coincidem com aqueles que eles acreditam ser valorizados pela escola. A passagem da exploração para a demonstração também depende da mediação docente. Em Mariotti (2001), ambientes exploratórios favorecem conjecturas, mas a construção de argumentos teóricos exige intervenções que relacionem as observações aos conhecimentos aceitos e às regras de inferência.

Critérios sobre o que constitui uma explicação aceitável, uma justificativa suficiente ou uma solução matematicamente adequada são constituídos nas interações da sala de aula e regulam a argumentação, segundo Yackel e Cobb (1996). Portanto, não basta que o professor declare quais argumentos são válidos; é preciso que os critérios de validação sejam discutidos e progressivamente apropriados pelos estudantes.

A necessidade de justificar também pode ser produzida didaticamente. Na perspectiva DNR, Harel (2008) discute o princípio da necessidade, segundo o qual a aprendizagem da Matemática é favorecida quando o estudante encontra uma necessidade intelectual para o conhecimento que se pretende desenvolver. Para o ensino de demonstrações, isso sugere criar situações em que exemplos, procedimentos ou argumentos disponíveis se mostrem insuficientes, abrindo espaço para uma justificativa mais geral.

No contexto brasileiro, Silva, Rei Filho e Torres (2024) discutem a importância da inserção das demonstrações no Ensino Básico e apresentam possibilidades pedagógicas para tornar seu estudo mais acessível e participativo. Esse trabalho constitui um antecedente direto da presente investigação: enquanto o estudo anterior se concentrou nas razões para utilizar demonstrações e em possibilidades gerais de abordagem, o artigo atual procura avançar ao reunir elementos capazes de orientar a incorporação contínua dessas práticas às aulas de Matemática.

Em conjunto, essas contribuições mostram que incorporar demonstração e justificação ao cotidiano das aulas envolve mais do que inserir provas prontas ou atividades isoladas no currículo. É necessário articular descoberta, conjectura, crítica, validação, explicação, mediação, registro e avaliação numa prática recorrente. A literatura oferece fundamentos para essas dimensões; permanece, entretanto, o problema de organizá-las de modo suficientemente claro para orientar decisões concretas de ensino.

Entre dois extremos: da previsão curricular à prática

A presença das demonstrações no ensino pode ser comprometida por dois extremos. No primeiro, a formalização é antecipada: definições, símbolos e provas são apresentados antes que os estudantes reconheçam os problemas aos quais respondem. Nessa situação, a demonstração tende a ser percebida como um texto pronto a ser reproduzido, e a linguagem simbólica pode ser confundida com rigor.

No extremo oposto, a exploração favorece a produção de exemplos e conjecturas, mas termina sem que se examine a validade geral das afirmações. Medições, desenhos ou verificações particulares passam a ser tratados como conclusões, e a atividade não avança para a crítica, a justificação e a sistematização dos resultados.

A alternativa defendida neste artigo procura conciliar participação e rigor. Exemplos, medições e representações visuais mantêm sua importância na exploração, mas não substituem argumentos gerais e fundamentados. A formalização também não é eliminada: ela cresce à medida que se torna necessário explicitar hipóteses, controlar inferências, delimitar o alcance das afirmações e comunicar os argumentos com maior precisão. Nesse sentido, o rigor está ligado à fundamentação, à generalidade e ao encadeamento do raciocínio, e não apenas à forma simbólica de sua apresentação.

A BNCC oferece respaldo para esse movimento ao articular observações, conjecturas, raciocínio, argumentação, dedução e demonstrações simples (BRASIL, 2018). Ainda assim, a previsão curricular e as contribuições teóricas não respondem diretamente a questões de implementação: o que o professor deve considerar ao planejar uma atividade? Como conduzir a passagem da exploração à demonstração? Como introduzir essas práticas em turmas pouco familiarizadas com argumentação? E como reconhecer indícios de que elas começam a fazer parte do trabalho habitual da turma?

A seção seguinte apresenta uma proposta elaborada para organizar essas questões e transformá-las em orientações para o trabalho em sala de aula, sem estabelecer uma sequência rígida ou vinculada a um conteúdo específico.

UMA PROPOSTA PARA INCORPORAR PRÁTICAS DE DEMONSTRAÇÃO E JUSTIFICAÇÃO MATEMÁTICA AO COTIDIANO DAS AULAS

Definição, finalidade e alcance da proposta

A proposta parte de uma ideia simples: demonstrar e justificar matematicamente não precisam ficar restritos a aulas especiais, capítulos de Geometria ou exercícios cujo enunciado já começa com a palavra “demonstre”. Fórmulas, propriedades e procedimentos utilizados no desenvolvimento ordinário dos conteúdos podem, sempre que houver oportunidade pedagógica, tornar-se objetos de questionamento: de onde vem esse resultado? por que ele vale? em quais condições? o que o torna geral? que conhecimentos permitem justificá-lo? A intenção é incorporar esse tipo de pergunta ao cotidiano das aulas, sem exigir que todo resultado seja demonstrado nem que toda atividade siga um mesmo roteiro.

A finalidade da proposta é favorecer o hábito de buscar e exigir razões quando elas são matematicamente relevantes. Pretende-se contribuir para uma relação com a Matemática em que fórmulas e propriedades sejam percebidas menos como regras arbitrárias e mais como resultados que possuem origem, condições e justificativas.

Em síntese, práticas de demonstração e justificação tornam-se mais presentes no ensino quando aparecem com regularidade no desenvolvimento dos conteúdos, distinguem evidência de validação, envolvem os estudantes na formulação e na crítica de afirmações, utilizam critérios matemáticos para examinar argumentos e produzem resultados que possam ser compreendidos, registrados e reutilizados. O professor não precisa demonstrar tudo, nem exigir

provas completas em todas as situações. O que se propõe é criar oportunidades recorrentes para que justificar matematicamente deixe de ser uma atividade periférica e passe a fazer parte da maneira como fórmulas, propriedades e procedimentos são ensinados e discutidos.

Aspectos a considerar na incorporação dessas práticas

Os quatro aspectos identificados na síntese teórica são retomados aqui por suas implicações para o trabalho do professor. Eles dizem respeito à distinção entre evidências e justificações mais gerais, à organização das atividades, à discussão e avaliação dos argumentos e ao registro e avaliação do conhecimento produzido. Não pretendem esgotar os aspectos envolvidos no ensino de demonstrações e justificações, mas reunir pontos que podem orientar decisões de ensino.

Evidências e justificações: exemplos, medições, desenhos e experimentações podem desempenhar papel importante na exploração e na formulação de conjecturas, mas não são suficientes para justificar uma afirmação geral. Para o professor, a questão é compreender o que sustenta a convicção do estudante e criar situações que revelem os limites das razões apresentadas. Dizer apenas que “exemplos não provam” tende a ter pouco efeito se os exemplos continuam parecendo suficientes. A intervenção ganha força quando a própria atividade permite perceber por que uma evidência particular não resolve uma questão geral.

11

Organização das atividades: nem toda tarefa produz necessidade de demonstrar ou justificar. Por isso, importa escolher e encadear situações em que exista uma questão matemática ainda aberta: uma regularidade que parece verdadeira, mas não foi justificada; um método que funciona em alguns casos e falha em outros; duas conjecturas incompatíveis; uma hipótese cuja função não está clara; ou uma representação que sugere mais do que efetivamente garante. A necessidade de justificar pode surgir do problema, dos exemplos escolhidos, de uma pergunta do professor ou de um contraexemplo que torne insuficiente o conhecimento disponível.

Discussão e avaliação dos argumentos: demonstrar e justificar também exigem que os argumentos possam ser apresentados, examinados e revistos. A turma precisa aprender, por exemplo, que discordar exige indicar onde está a dificuldade, que um contraexemplo precisa satisfazer as hipóteses da afirmação e que a validade de um argumento não depende da autoridade de quem o apresenta. O professor continua responsável pela correção matemática,

mas pode favorecer uma passagem gradual da pergunta “está certo?” para a análise das razões que sustentam uma conclusão.

Registro e avaliação: uma discussão pode perder parte de seu efeito se termina sem registro ou se a avaliação valoriza apenas a resposta final. O conhecimento produzido precisa ser consolidado de forma que possa ser retomado e reutilizado. O registro não precisa reproduzir a escrita universitária, mas deve, de acordo com o nível dos estudantes, explicitar o que foi afirmado, quais condições foram utilizadas, qual foi a ideia central da justificativa e como os passos se relacionam. Da mesma forma, a avaliação deve considerar progressivamente a fundamentação, a clareza, a generalidade e a capacidade de revisar argumentos, e não apenas resultados numéricos.

Orientações para a prática

Os aspectos anteriores ajudam a identificar o que precisa ser considerado para incorporar essas práticas. A partir deles, propõem-se cinco orientações gerais para o trabalho em sala de aula. Elas não formam etapas rígidas e podem aparecer simultaneamente numa mesma atividade.

Necessidade antes da formalização: a demonstração deve responder, sempre que possível, a uma questão que permaneça matematicamente aberta depois da exploração. Isso não significa esperar passivamente que os estudantes solicitem uma prova. Cabe ao professor criar situações em que o conhecimento disponível revele seus limites: uma regularidade cuja generalidade ainda não está assegurada, um procedimento que deixa de funcionar em determinado caso, argumentos concorrentes ou uma afirmação cuja razão ainda precisa ser compreendida. A resolução de problemas em Pólya (1954; 1995) e o princípio da necessidade em Harel (2008) oferecem fundamentos diretos para essa orientação. A formalização aparece, então, como resposta a uma necessidade de compreender, justificar ou generalizar.

Conjecturas devem poder ser discutidas e revisadas: uma conjectura precisa ser suficientemente clara para que seus casos e condições possam ser examinados. Ao ser apresentada à turma, ela pode ser discutida, questionada e revista. O contraexemplo, nesse contexto, não representa o fracasso da atividade, mas uma oportunidade de localizar o que precisa ser corrigido ou acrescentado. Revisar uma afirmação diante de uma objeção válida faz parte do trabalho matemático.

A aceitação dos argumentos deve depender de razões matemáticas: convencer não pode significar apenas produzir concordância. A aceitação de um argumento deve depender de razões que possam ser examinadas: hipóteses satisfeitas, definições, propriedades anteriormente estabelecidas, inferências compreensíveis e alcance da conclusão. O professor permanece responsável pela correção matemática, mas pode evitar validar prematuramente os argumentos, devolvendo perguntas e promovendo o confronto entre justificativas.

O rigor e a linguagem devem crescer com o raciocínio: a proposta não adia indefinidamente a formalização, mas também não a toma como ponto de partida necessário. A concepção de prova escolar de Stylianides (2007) permite sustentar que as formas de representação podem variar conforme o nível escolar sem que se aceite, como demonstração, um argumento cuja validade dependa apenas de casos particulares. A linguagem deve tornar o raciocínio mais preciso e comunicável, não substituí-lo.

Demonstrar também deve ajudar a explicar e ampliar o conhecimento: uma prova não precisa encerrar a atividade. de Villiers (1990) e Hanna (2000) mostram que demonstrar também pode explicar, organizar e produzir novos conhecimentos. Depois de uma justificativa correta, interessa perguntar qual ideia foi decisiva, que hipóteses foram realmente necessárias, onde o argumento pode ser reutilizado e que novas perguntas surgem. O resultado demonstrado

Da proposta à prática: organização do trabalho em sala de aula

Os aspectos e orientações anteriores não determinam uma sequência fixa de aula, mas sugerem um movimento recorrente. Em geral, o trabalho pode partir de uma situação que permita explorar e produzir exemplos, avançar para uma conjectura, submeter essa conjectura à análise, buscar uma justificação e terminar com alguma forma de sistematização. O percurso é flexível: um contraexemplo pode exigir nova conjectura, uma dificuldade de escrita pode revelar uma lacuna no argumento e uma demonstração concluída pode gerar outra pergunta.

Na exploração, exemplos, desenhos, cálculos e experimentações ajudam a levantar hipóteses. Quando a conjectura se torna suficientemente clara, o foco pode passar dos casos observados para as razões que sustentariam uma afirmação geral. Argumentos diferentes podem ser comparados, hipóteses podem ser examinadas e contraexemplos podem ser introduzidos. A construção da demonstração pode surgir dos estudantes ou exigir uma contribuição mais direta

do professor. A proposta não pressupõe descoberta autônoma de todas as provas; em determinados momentos, uma construção auxiliar, uma definição ou uma propriedade precisa ser apresentada para redirecionar a discussão.

O fechamento organiza o conhecimento produzido. A discussão realizada pode ser retomada para aperfeiçoar a linguagem, explicitar a ideia central do argumento e registrar um resultado matematicamente correto e reutilizável. Sempre que possível, uma questão de continuidade pode mostrar como o que foi demonstrado ajuda a resolver ou compreender novos problemas.

A ação docente e as condições para a incorporação

A proposta atribui ao professor um papel central. Antes da aula, é importante antecipar conjecturas prováveis, generalizações apressadas, exemplos que sustentam ou desafiam uma hipótese, conhecimentos anteriores necessários e possíveis caminhos de prova. Durante a aula, a mediação busca tornar o raciocínio visível: pedir que o estudante explicita o que está afirmando, verificar se as hipóteses foram utilizadas, selecionar produções para discussão e decidir quando uma pergunta é mais produtiva do que uma correção imediata. No fechamento, cabe ao professor garantir a correção matemática e organizar a versão consolidada sem substituir simplesmente a produção da turma por um texto pronto.

14

Essa forma de mediação não diminui a importância do professor nem pressupõe que todo conhecimento deva ser descoberto autonomamente pelos estudantes. Em sentido mais amplo, a ideia de que ensinar não se reduz à transferência de conhecimento (FREIRE, 1996, p. 47) é compatível com uma prática em que o professor cria condições para que os estudantes formulem perguntas e construam razões, ao mesmo tempo que seleciona problemas, introduz conhecimentos quando necessário, acompanha a validade dos argumentos e sistematiza os resultados.

Essas ações pressupõem conhecimentos profissionais específicos. Ensinar prova exige mais do que saber produzir uma demonstração correta; requer reconhecer diferentes formas de justificação, interpretar o que sustenta a convicção dos estudantes, selecionar exemplos e contraexemplos e decidir como tornar acessível uma ideia sem descaracterizar sua validade. Stylianides (2011) chama atenção para a necessidade de um conhecimento docente voltado ao ensino de prova, especialmente diante da frequente identificação de argumentos empíricos com

demonstrações. A perspectiva DNR também explicita a relevância da base de conhecimentos e das decisões do professor (HAREL, 2008). Assim, formação e apoio docente são condições relevantes para a incorporação dessas práticas.

Conhecer essas orientações, por si só, não garante que o professor consiga incorporar essas práticas ao cotidiano das aulas. Diferentes contextos escolares, experiências profissionais, tempos curriculares e níveis de familiaridade dos estudantes com argumentação exigirão adaptações. A proposta oferece referências para orientar decisões, não uma garantia de resultados independente das condições em que o trabalho ocorre.

Incorporação gradual e continuidade curricular

A incorporação dessas práticas exige continuidade. Não é razoável esperar que uma turma habituada a receber regras prontas passe imediatamente a formular conjecturas, criticar argumentos e produzir justificativas com autonomia. Nos primeiros momentos, o professor provavelmente precisará explicitar vocabulário e critérios: o que estamos chamando de conjectura, por que um exemplo ajuda mas não resolve uma afirmação geral, o que torna um contraexemplo válido e de onde podem vir as razões utilizadas numa demonstração.

Com a recorrência dessas práticas, a responsabilidade pode ser gradualmente compartilhada. Perguntas inicialmente feitas pelo professor — “vale sempre?”, “qual hipótese foi usada?”, “há um contraexemplo?”, “por que esse passo é válido?” — podem passar a aparecer nas falas dos próprios estudantes. Essa mudança é coerente com Yackel e Cobb (1996), para quem critérios matemáticos de aceitabilidade são constituídos nas interações e podem orientar a participação e a autonomia na análise de argumentos.

A continuidade também precisa ser curricular. Se conjecturar, justificar e demonstrar aparecem apenas numa unidade específica de Geometria, dificilmente se tornam práticas habituais. Álgebra, números, proporcionalidade, Geometria e outros conteúdos podem oferecer oportunidades diferentes para produzir e examinar afirmações. Para que essas práticas se tornem habituais, é importante que a exigência de razões reapareça em diferentes conteúdos e ao longo do trabalho escolar.

Indicadores de incorporação

A incorporação de práticas de demonstração e justificação não deve ser avaliada apenas pelo número de provas formalmente corretas. Há indícios de avanço quando os estudantes começam a formular conjecturas com maior precisão, usam exemplos sem tratá-los automaticamente como prova, procuram contraexemplos, recorrem a definições e resultados anteriores, identificam dificuldades em argumentos de colegas, revisam suas justificativas e conseguem explicar a ideia central de uma demonstração. Outro sinal importante é a reutilização: um resultado consolidado passa a integrar o repertório da turma e pode sustentar argumentos posteriores.

Esses comportamentos devem ser tratados como indicadores, e não como resultados garantidos. Como a proposta é teórico-propositiva, sua ocorrência, sua persistência entre diferentes conteúdos e as condições que as favorecem ainda precisam ser examinadas empiricamente.

Exemplos de aplicação

Os dois exemplos apresentados a seguir procuram mostrar como as ideias discutidas na seção anterior podem ser incorporadas ao desenvolvimento de conteúdos matemáticos usuais. A escolha contempla situações de naturezas diferentes: no primeiro caso, uma propriedade geométrica cuja exploração por desenhos e medições permite discutir de forma clara a passagem da evidência empírica para a demonstração; no segundo, uma fórmula aritmético-algébrica cuja obtenção permite questionar a simples apresentação de resultados prontos e explorar as razões que explicam sua forma e sua validade geral. Os exemplos não constituem sequências didáticas, apenas procuram evidenciar como decisões do professor, perguntas dirigidas aos estudantes e momentos de exploração, justificação e sistematização podem tornar essas práticas parte do desenvolvimento normal dos conteúdos.

Da medição à demonstração: os ângulos internos do triângulo

A soma dos ângulos internos de um triângulo é um exemplo particularmente adequado para ilustrar a proposta deste artigo. O resultado é simples, pode ser explorado por meio de desenhos, medições e recortes e, ao mesmo tempo, permite discutir uma questão central: qual é

a diferença entre observar que uma propriedade funciona em vários casos e justificar matematicamente que ela vale em geral? Além disso, sua demonstração utiliza poucos conhecimentos anteriores e possui uma ideia geométrica clara, o que permite concentrar a atenção no processo de justificar.

Antes de apresentar o resultado como um teorema, o professor pode pedir que os estudantes desenhem triângulos de diferentes formatos e meçam seus ângulos internos, utilizando um transferidor. Mesmo que parte da turma já saiba que a soma deve ser 180° (ângulo de 180 graus), a atividade continua útil, pois o objetivo passa a ser compreender por que isso ocorre em qualquer triângulo. As medições provavelmente produzirão valores próximos de 180° , com pequenas diferenças decorrentes da precisão dos desenhos e dos instrumentos.

Nesse momento, aparece a questão das *evidências e justificações*. As medições ajudam a reconhecer uma regularidade e a formular uma conjectura, mas não garantem sua validade geral. Em vez de simplesmente confirmar o resultado, o professor pode perguntar: “podemos concluir que isso vale para qualquer triângulo?”, “quantos triângulos precisaríamos medir?” ou “as medições explicam por que a soma deve ser 180° ?”. A intenção é fazer com que os próprios recursos utilizados na exploração revelem seus limites. A demonstração passa, assim, a responder a uma necessidade produzida pela atividade, e não apenas a uma ordem externa para

17

A conjectura pode então ser formulada de maneira explícita: *a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°* . A palavra “qualquer” é importante, pois desloca a discussão dos exemplos observados para uma afirmação geral. Esse é um bom momento para comparar diferentes argumentos e perguntar quais razões seriam suficientes para aceitar a afirmação.

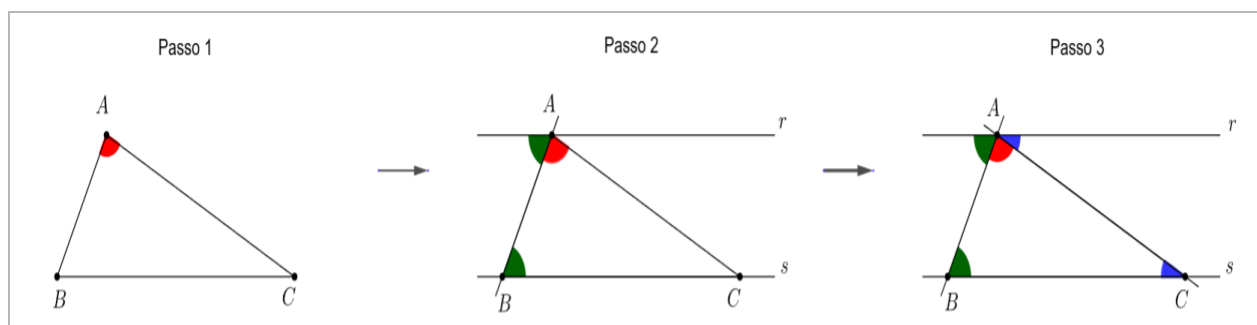
Para construir a demonstração, o professor pode recuperar conhecimentos sobre retas paralelas cortadas por uma transversal e sobre ângulos rasos. Não é necessário esperar que os estudantes descubram sozinhos a construção auxiliar. Dependendo da turma, o professor pode sugerir que se trace, pelo vértice A de um triângulo ABC , uma reta paralela ao lado BC e pedir que os estudantes analisem o que essa construção permite concluir.

As retas AB e AC funcionam como transversais às paralelas. Assim, os ângulos formados junto ao ângulo $\hat{A}$ são congruentes, respectivamente, aos ângulos internos $\hat{B}$ e $\hat{C}$. Esses dois ângulos, juntamente com o ângulo $\hat{A}$, formam um ângulo raso. Logo,

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ . \quad (1)$$

A Figura 1 ilustra essa construção.

Figura 1: Ilustração da demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo.



Fonte: Autores, 2026.

Após a discussão, uma possível produção dos estudantes, com o auxílio do professor, poderia ser escrita de forma simples como:

Teorema: A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° .

Demonstração: Desenhe um triângulo ABC. Traçamos por A uma reta paralela a BC. Como AB e AC cortam duas retas paralelas, os ângulos formados junto a A são iguais aos ângulos internos em B e C. Esses dois ângulos, junto com o ângulo A, formam um ângulo raso. Portanto, a soma dos ângulos internos do triângulo sempre é 180° .

Esse registro não representa uma forma única de escrever a demonstração. Ele mostra apenas um argumento matematicamente válido que pode ser apresentado, nesse nível de ensino, com linguagem simples.

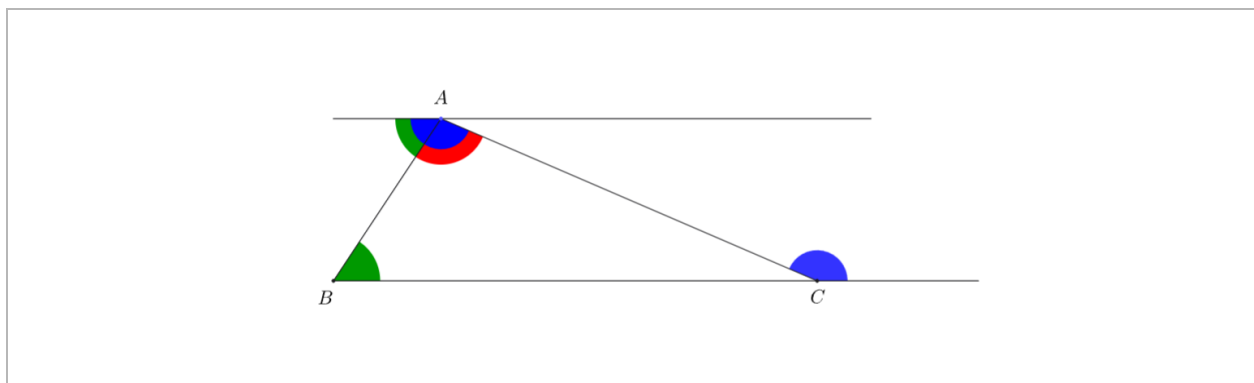
A demonstração não apenas confirma o resultado. Ela mostra por que a soma é 180° : a reta paralela permite reunir, num mesmo vértice, ângulos congruentes aos três ângulos internos do triângulo, formando um ângulo raso. Por isso, o professor pode explorar perguntas como: “por que foi necessário traçar a paralela?”, “onde usamos o paralelismo?”, “de onde vem o valor 180° ?” ou “algum passo depende do formato particular do triângulo?”. Essas perguntas ajudam os estudantes a perceber que a aceitação do argumento depende de razões matemáticas e não apenas da palavra do professor.

A linguagem também pode ganhar precisão durante esse processo. Uma explicação inicial como “os três ângulos ficam juntos sobre uma reta” pode expressar a ideia central da prova, mas pode ser progressivamente refinada pela identificação dos ângulos congruentes e das propriedades utilizadas. O objetivo não é impor de imediato uma escrita formal, mas tornar o argumento cada vez mais claro e verificável.

Ao final, é importante retomar a exploração inicial. As medições foram úteis para levantar a conjectura, mas a demonstração possui outro alcance: não depende da precisão do desenho nem dos casos escolhidos. O registro final pode, portanto, destacar não apenas a igualdade (1), mas também a ideia central que a justifica.

O resultado demonstrado pode ainda ser reutilizado. Ao prolongar um dos lados do triângulo, por exemplo, é possível justificar que um ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes.

Figura 2: Ilustração de que um ângulo externo a um triângulo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes.



Fonte: Autores, 2026.

Assim, a demonstração deixa de ser apenas o encerramento de uma atividade e passa a fornecer uma ferramenta para novos argumentos.

Esse exemplo reúne, de forma simples, as principais ideias da proposta. A exploração produz evidências e uma conjectura; a limitação das medições cria a necessidade de justificar; a discussão exige critérios para avaliar os argumentos; a demonstração dá sentido ao resultado; e o registro permite que ele seja reutilizado posteriormente. Por isso, a soma dos ângulos internos do triângulo mostra como práticas de demonstração e justificação podem ser incorporadas ao

desenvolvimento normal dos conteúdos, sem transformar a aula numa atividade artificial voltada exclusivamente para técnicas de prova.

Da observação de casos à fórmula geral: a soma dos primeiros números naturais

A soma dos primeiros números naturais constitui um exemplo simples, mas bastante adequado para mostrar como práticas de demonstração e justificação podem ser incorporadas a conteúdos de natureza aritmética e algébrica. O interesse do exemplo não está apenas em obter a fórmula

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2},$$

mas em discutir de onde ela vem e por que vale para qualquer número natural n .

O professor pode iniciar propondo o cálculo de algumas somas:

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10, \quad 1 + 2 + \dots + 10 = 55,$$

e, posteriormente, somas com uma quantidade maior de parcelas. A intenção não é fazer uma longa sequência de cálculos, mas criar condições para que os estudantes percebam que somar termo a termo se torna pouco eficiente e que pode existir uma maneira geral de realizar esse cálculo. Dependendo da turma, a fórmula pode surgir como conjectura dos próprios alunos, ser apresentada pelo professor ou aparecer depois da observação de alguns casos. Em qualquer dessas situações, permanece uma questão importante: verificar que a fórmula funciona para vários valores de n é suficiente para afirmar que ela funciona sempre?

Novamente aparece a distinção entre evidência e justificação. Substituir n por 5, 10 ou 100 e verificar que a igualdade é verdadeira aumenta a confiança no resultado, mas não explica por que ele deve valer para qualquer n . O professor pode explorar essa diferença perguntando, por exemplo, quantos casos seria necessário testar ou se seria possível encontrar uma razão que explicasse a própria forma da expressão $\frac{n(n+1)}{2}$. A busca por essa razão desloca a atividade da simples verificação para a justificação.

Uma possibilidade é escrever a soma duas vezes, em ordens opostas:

$$\begin{array}{ccccccccccc} S & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & (n-1) & + & n \\ S & = & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \dots & + & 2 & + & 1 \end{array}$$

Somando as duas igualdades termo a termo, cada par resulta em $n + 1$. Como existem n pares,

$$2S = n(n + 1),$$

e, portanto,

$$S = \frac{n(n + 1)}{2}.$$

Nesse ponto, o professor pode concentrar a discussão menos na manipulação algébrica e mais nas razões do argumento. Por que todos os pares possuem a mesma soma? Por que aparecem exatamente n pares? De onde vem a divisão por 2? Essas perguntas ajudam os estudantes a perceber que a demonstração não serve apenas para confirmar uma fórmula já conhecida: ela explica a presença dos elementos que compõem a própria fórmula.

Uma possível produção dos estudantes, depois da discussão, poderia ser registrada de forma simples:

Teorema: A soma dos n primeiros números Naturais é $S = \frac{n(n+1)}{2}$.

Demonstração: Escrevemos a soma duas vezes, uma em ordem crescente e outra em ordem decrescente.

$$\begin{array}{rccccccccccc} S & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & \cdots & + & (n-1) & + & n \\ + & S & = & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \\ \hline 2S & = & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) & + & \cdots & + & (n+1) & + & (n+1) \end{array}$$

21

Ao somar os termos que estão na mesma posição, todos os pares dão $n + 1$. Como existem n pares, temos $2S = n(n + 1)$. Dividindo por 2, obtemos

$$S = \frac{n(n + 1)}{2}.$$

Portanto, essa fórmula vale para a soma dos primeiros n números naturais.

Esse tipo de registro mostra, mais uma vez, que a demonstração escolar não precisa ser excessivamente formal para apresentar um argumento geral. A linguagem pode ser simples, desde que fique claro por que cada passo é válido e por que o raciocínio não depende de um valor particular de n .

O resultado também permite ampliar a discussão. O professor pode perguntar se a mesma ideia funciona para outras sequências, como a soma dos n primeiros ímpares

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1),$$

ou para uma progressão aritmética qualquer. Não é necessário desenvolver essa generalização naquele momento. A pergunta já é suficiente para mostrar que uma demonstração pode produzir novas conjecturas e sugerir novos resultados.

Esse exemplo complementa o caso geométrico apresentado anteriormente. Aqui, os cálculos iniciais fornecem evidências e ajudam a reconhecer uma regularidade; a necessidade de um método geral leva à formulação e à análise de uma conjectura; e a demonstração explica a estrutura da fórmula, em vez de apenas confirmar que ela funciona. Assim, o exemplo mostra que justificar e demonstrar podem fazer parte do desenvolvimento normal de conteúdos aritméticos e algébricos, especialmente quando fórmulas que poderiam ser simplesmente fornecidas aos estudantes são tratadas também como resultados cuja origem pode ser compreendida.

DISCUSSÃO

A principal contribuição deste estudo é articular orientações da BNCC e contribuições da literatura sobre prova e demonstração em uma proposta voltada ao trabalho docente. Em vez de tratar descoberta, validação, argumentação, mediação, registro e avaliação como temas separados, a proposta procura colocá-los em relação com decisões que aparecem no desenvolvimento normal dos conteúdos. Os dois exemplos mostram essa articulação em situações de natureza distinta: no triângulo, o objetivo é passar de medições particulares para uma justificativa geral; na soma dos primeiros números naturais, a demonstração permite compreender a origem e a forma de uma fórmula que poderia simplesmente ser apresentada pronta.

A proposta também ajuda a delimitar o sentido atribuído à incorporação dessas práticas. Não se trata de acrescentar provas isoladas ao currículo nem de transformar toda atividade em investigação. Trata-se de criar oportunidades recorrentes para que a exploração, quando pertinente, avance para a formulação de afirmações, a análise de razões e a sistematização do resultado. Da mesma forma, a formalização não é rejeitada, mas situada num processo em que sua necessidade possa ser compreendida. O que se espera é que a exigência de razões deixe de aparecer apenas em momentos especiais e passe a acompanhar, com diferentes graus de profundidade, o trabalho com fórmulas, propriedades e procedimentos.

Há um potencial formativo mais amplo, que precisa ser considerado com cautela. Uma prática em que os estudantes são convidados a perguntar pelas razões, distinguir evidência de conclusão, procurar contraexemplos e revisar argumentos pode favorecer uma relação mais investigativa com a Matemática. Entretanto, o presente estudo não permite afirmar que essa prática aumentará necessariamente o interesse dos estudantes nem que esses hábitos serão transferidos automaticamente para outras disciplinas ou para situações cotidianas. Esses possíveis efeitos devem ser tratados como problemas para investigação empírica.

O estudo possui limites claros. A proposta ainda precisa ser aplicada e analisada em diferentes conteúdos, etapas de ensino e contextos. A investigação futura deve observar não apenas se os estudantes produzem demonstrações corretas, mas também se passam a distinguir melhor evidências de justificações gerais, se recorrem com maior autonomia a definições e resultados anteriores, se revisam argumentos diante de objeções e se reutilizam resultados já consolidados. Também importa examinar em que condições essas mudanças aparecem, com quais estudantes, em quais conteúdos e com que tipo de apoio docente. A permanência de validações empíricas, a dependência contínua da autoridade do professor ou a dificuldade de manter essas práticas quando muda o conteúdo devem ser consideradas dados relevantes para avaliar e, se necessário, reformular a proposta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo buscou mostrar como orientações curriculares e contribuições da pesquisa sobre prova, demonstração e argumentação podem ser organizadas de modo a apoiar a incorporação de práticas de demonstração e justificação matemática ao cotidiano das aulas. A proposta apresentada procura aproximar essas práticas do desenvolvimento regular dos conteúdos, oferecendo ao professor referências para decidir quando e como criar situações em que os estudantes sejam levados a questionar resultados, apresentar razões, analisar argumentos e compreender a origem de propriedades e fórmulas.

Por se tratar de um estudo teórico-propositivo, não é possível afirmar, a partir deste trabalho, quais efeitos a proposta produz na aprendizagem ou em que condições sua implementação é mais adequada. Os exemplos apresentados mostram possibilidades de aplicação, mas não constituem validação empírica. Estudos futuros poderão investigar sua utilização em diferentes conteúdos e etapas de ensino, bem como as dificuldades encontradas

pelos professores e as formas de participação dos estudantes durante essas práticas. Essas investigações também poderão indicar quais elementos da proposta se mostram consistentes em diferentes situações, quais dependem mais fortemente do contexto e quais precisam ser revistos.

DECLARAÇÃO SOBRE O USO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

A definição do problema de pesquisa, a concepção e a estrutura da proposta, bem como a seleção e a interpretação das principais referências, foram realizadas pelos autores, que assumem integralmente a responsabilidade pelo conteúdo do trabalho, por sua correção e pela adequação das referências utilizadas.

Durante a preparação do manuscrito, os autores utilizaram uma ferramenta de inteligência artificial generativa como apoio. O modelo foi empregado, inicialmente, na leitura de versões sucessivas do texto, com a finalidade de identificar possíveis lacunas nos argumentos. As sugestões consideradas pertinentes foram avaliadas e reescritas pelos autores. A ferramenta também foi utilizada na revisão e organização de partes do manuscrito, especialmente para identificar repetições, problemas de organização, trechos pouco claros e possibilidades de reformulação. Todas as sugestões incorporadas ao texto foram previamente avaliadas pelos autores.

REFERÊNCIAS

- ÁVILA, G. O ensino de Matemática. *Revista do Professor de Matemática*, n. 23, 1993. Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/23/1.htm>. Acesso em: 15 set. 2026.
- BALACHEFF, N. Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In: PIMM, D. (ed.). *Mathematics, Teachers and Children*. London: Hodder and Stoughton, p. 216–235, 1988.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto; Secretaria de Educação Fundamental, 1997.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- DE VILLIERS, M. The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, n. 24, p. 17–24, 1990.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, v. 3, n. 1, p. 1–38, 1995. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v3i4.8646877>.

- REIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- HANNA, G. Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*, v. 44, p. 5-23, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1012737223465>.
- HAREL, G. A DNR perspective on mathematics curriculum and instruction. Part II: with reference to teacher's knowledge base. *ZDM Mathematics Education*, v. 40, n. 5, p. 893-907, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0146-4>.
- HAREL, G.; SOWDER, L. Students' proof schemes: results from exploratory studies. In: SCHOENFELD, A. H.; KAPUT, J.; DUBINSKY, E. (eds.). *Research in Collegiate Mathematics Education III*. Providence: American Mathematical Society, 1998. p. 234-283.
- HEALY, L.; HOYLES, C. A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 31, n. 4, p. 396-428, 2000.
- LIMA, E. L. *Matemática e ensino*. 3. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.
- MARIOTTI, M. A. Justifying and proving in the Cabri environment. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 6, p. 257-281, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1013357611987>.
- PÓLYA, G. *Mathematics and Plausible Reasoning. Volume I: Induction and Analogy in Mathematics*. Princeton: Princeton University Press, 1954.
- PÓLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- SILVA, M. R.; REI FILHO, C. G.; TORRES, J. C. F. Demonstrações matemáticas no ensino básico: por que e como usá-las. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, v. 10, n. 10, p. 2634-2647, 2024. DOI: <https://doi.org/10.51891/rease.v10i10.16108>.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, n. 14, p. 66-91, 2000.
- STYLIANIDES, A. J. The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 65, n. 1, p. 1-20, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9038-0>.
- STYLIANIDES, A. J. Towards a comprehensive knowledge package for teaching proof: a focus on the misconception that empirical arguments are proofs. *Pythagoras*, v. 32, n. 1, artigo 14, p. 1-10, 2011. DOI: <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v32i1.14>.
- STYLIANIDES, G. J.; STYLIANIDES, A. J.; MOUTSIOS-RENTZOS, A. Proof and proving in school and university mathematics education research: a systematic review. *ZDM*

Mathematics Education, v. 56, n. 1, p. 47–59, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01518-y>.

- YACKEL, E.; COBB, P. Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 27, n. 4, p. 458–477, 1996. DOI: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.4.0458>.