

COMO CONTRIBUIR PARA MELHORAR A APTIDÃO DE INTERPRETAR EQUAÇÕES E GRÁFICOS QUE TRADUZEM MOVIMENTO MECÂNICO NA CINEMÁTICA

HOW TO IMPROVE THE ABILITY TO INTERPRET EQUATIONS AND GRAPHS REPRESENTING MECHANICAL MOTION IN KINEMATICS

CÓMO MEJORAR LA APTITUD PARA INTERPRETAR ECUACIONES Y GRÁFICOS QUE REPRESENTAN EL MOVIMIENTO MECÁNICO EN LA CINEMÁTICA

Agostinho Quarta Kalukembe¹
Boaventura Beleza dos Santos Nolasco²
Inácio Miguel Gabriel³

RESUMO: Os gráficos utilizados na cinemática descrevem o comportamento de grandezas envolvidas no movimento de um objeto, como sua posição, velocidade e aceleração em função do tempo. A Física, para interpretar os movimentos cinemáticos da vida quotidiana, recorre a referenciais cuja importância é bem conhecida para a maioria dos alunos e docentes. No entanto, a sua componente de orientação do referencial é normalmente utilizada de forma restrita. Isto limita a análise de gráficos e de equações que descrevem o movimento dos corpos utilizados na cinemática. Entre as principais situações decorrentes desta restrição, destaca-se o fato dos alunos associarem o sinal positivo da aceleração e o crescimento de gráficos, apenas como movimento retilíneo uniformemente acelerado, enquanto o sinal negativo e o decrescimento de gráficos como movimento retilíneo uniformemente retardado. Face à problemática apresentada. Foram determinadas variantes de movimento derivadas da componente de orientação do referencial, que permitiram evidenciar contribuições como a determinação do critério limite das equações do movimento retilíneo uniformemente variado e a conjugação do comportamento do módulo da velocidade com os sinais da velocidade e da aceleração.

1

Palavras-chaves: referencial. Aceleração. Velocidade. Variantes de movimento.

ABSTRACT: Graphs used in kinematics describe the behavior of quantities involved in the motion of an object, such as its position, velocity, and acceleration as functions of time. In Physics, the interpretation of kinematic motions encountered in everyday life relies on reference frames whose importance is well recognized by most students and teachers. However, the orientation component of the reference frame is usually applied in a limited manner. This restricts the analysis of graphs and equations that describe the motion of bodies in kinematics. Among the main consequences of this limitation is the tendency of students to associate positive acceleration and increasing graphs exclusively with uniformly accelerated rectilinear motion, whereas negative acceleration and decreasing graphs are associated only with uniformly decelerated rectilinear motion. In response to this problem, motion variants derived from the orientation component of the reference frame were established, making it possible to identify contributions such as determining the limiting criterion of the equations of uniformly varied rectilinear motion and relating the behavior of the magnitude of velocity to the signs of velocity and acceleration.

Keywords: Reference frame. Acceleration. Velocity. Motion variants.

¹Professor (MSc.), Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla (ISCED) – Angola.

²Professor Doutor, Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla (ISCED) – Angola e Instituto Superior Politécnico do Bengo (ISPB) – Angola.

³Professor, Instituto Politécnico da Huíla (IPH) – Universidade Mandume Ya Ndemufayo (UMN) – Angola.

RESUMEN: Los gráficos utilizados en la cinemática describen el comportamiento de las magnitudes involucradas en el movimiento de un objeto, como su posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. En Física, la interpretación de los movimientos cinemáticos de la vida cotidiana recurre a sistemas de referencia cuya importancia es ampliamente reconocida por la mayoría de los estudiantes y docentes. Sin embargo, el componente de orientación del sistema de referencia suele utilizarse de manera restringida. Esto limita el análisis de los gráficos y de las ecuaciones que describen el movimiento de los cuerpos en la cinemática. Entre las principales consecuencias de esta limitación destaca la tendencia de los estudiantes a asociar la aceleración positiva y el crecimiento de los gráficos únicamente con el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, mientras que la aceleración negativa y el decrecimiento de los gráficos se asocian exclusivamente con el movimiento rectilíneo uniformemente retardado. Frente a esta problemática, se determinaron variantes del movimiento derivadas del componente de orientación del sistema de referencia, las cuales permitieron evidenciar aportes tales como la determinación del criterio límite de las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente variado y la relación entre el comportamiento del módulo de la velocidad y los signos de la velocidad y de la aceleración.

Palabras clave: Sistema de referencia. Aceleración. Velocidad. Variantes del movimiento.

I – INTRODUÇÃO

Os gráficos utilizados na cinemática descrevem o comportamento de grandezas envolvidas no movimento de um objeto, como sua posição, velocidade e aceleração em função do tempo. Neste sentido, boa parte das investigações consultadas, a representação do movimento de uma partícula é abordada a partir da relação entre uma equação matemática para o movimento (equação horária) e sua representação gráfica num plano cartesiano, criando um tipo de abordagem semelhante ao estudo de Função e Geometria Analítica pela Matemática (Costa, 2010; Gaspar, 2005).

Assim, uma equação do primeiro grau, equação da reta $y = mx + n$ pode representar a posição de um objeto em movimento retilíneo uniforme, $x = x_0 + vt$, ou a velocidade de um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado $v = v_0 + at$ e uma equação do segundo grau, equação parabólica $y = ax^2 + b$, pode representar a posição de um objeto em movimento retilíneo uniformemente variado $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$.

Desta forma, a tarefa de representar o movimento através de um gráfico se divide em compreender um conjunto de regras e convenções utilizadas na produção e leitura desses gráficos, e ao mesmo tempo compreender os conceitos cinemáticos envolvidos (Mcdermott et al., 1987).

Contudo, a abordagem centrada na habilidade de interpretar gráficos e equações de movimento não é fácil de caracterizar nem de contrastar. Um exemplo, particularmente, elucidativo é o fato de que os mesmos estudantes que não encontram dificuldades em construir gráficos em matemática podem vivê-las ao utilizar gráficos em outros domínios, especialmente na Física.

Neste âmbito, Costa (2010) e Flores (2002) acreditam que os erros cometidos pelos estudantes não podem ser simplesmente atribuídos a uma preparação inadequada em matemática, onde os estudantes aprendem formalmente a traçar gráficos e a associá-los à representação espaço temporal de funções, mas sim, são consequência de uma inabilidade em criar conexões entre a representação gráfica e o assunto retratado pelo gráfico.

O exposto insere-se na fragmentação de conhecimentos e na falta de sistematização nos estudos, e várias evidências apontam que nas diferentes disciplinas, seu estudo se dá, na sua maioria, de forma fragmentada sem revelar o comum e essencial, e de forma empírica, desse modo, limitando o poder de transferência da aprendizagem e do pensar de forma teórica.

Os argumentos apresentados encontram eco claro nas reflexões de Danilov (1988), segundo as quais esta forma de ensino estimula o pensamento empírico, se orienta ao fenomenológico dos objetos dos conhecimentos, e não desenvolve o pensamento teórico do

3

aluno. Isto também mostra a falta de conexão entre os conhecimentos matemáticos, que podem ser considerados como prévios na interpretação de gráficos e os conhecimentos físicos, potencializando-se assim associações arbitrárias na estrutura cognitiva do aluno, tornando a aprendizagem menos significativa.

Paralelamente aos argumentos apresentados, a maioria da literatura consultada, a interpretação de equações e gráficos de movimento é discutida baseada, essencialmente, em termos de sinal de pendente (crescimento ou decrescimento, concavidade e convexidade), o que nos parece não incluir uma interpretação profunda veiculada pelo confronto entre as leis matemáticas e as estratégias de descrição do movimento utilizadas em Cinemática (Leinhardt et al., 1990; Nass; Ipólito, 2009).

Para elucidar este fato tomemos o exemplo de um corpo que é abandonado de uma altura de 80 m, em que se despreza a resistência do ar e admitindo $g=10 \text{ m/s}^2$, solicitando-se o gráfico velocidade – tempo.

De acordo com as estratégias de descrição de movimento adotadas em Física, a solução desta situação deve associar-se necessariamente a um referencial (Bowen et al., 1999; Gaspar, 2005; Rodrigues & Roque, 2007; Costa, 2010; Ramos, 2011).

Neste contexto, o movimento desta partícula pode ser expresso:

$$(1) y = 5,0t^2 \leftrightarrow v = 10t \quad \text{ou}$$

$$(2) y = 80 - 5,0t^2 \leftrightarrow v = -10t$$

Nesta ótica, tanto em $y = 5,0t^2$ como em $v = 10t$ com declives positivos resultará em gráficos crescentes, enquanto em $y = 80 - 5,0t^2$ e $v = -10t$, resultará em gráficos decrescentes, sendo declives negativos. Será que se está diante de uma solução trivial?

A ilustração apresentada revela claramente que uma interpretação de gráficos baseada apenas em termos de pendente não é suficiente para interpretar gráficos que traduzem movimento de um corpo. Isto não só esclarece a questão de limitação da pendente, mas também põe a descoberto evidências importantes, como a confusão por partes de alguns alunos e professores em associarem sempre o crescimento dos gráficos, $S - t$ e $v - t$, com o movimento retilíneo uniformemente acelerado e o decrescimento com o movimento retilíneo uniformemente retardado.

Este facto é potencializado em Física, essencialmente, pelo fato, muitas vezes, se agregar sempre a aceleração positiva ao movimento retilíneo uniformemente acelerado e a aceleração negativa ao movimento retilíneo uniformemente retardado.

2 – COMPONENTE ORIENTAÇÃO DO REFERENCIAL

A importância dos referenciais na interpretação de movimentos cinemáticos é bem conhecida para maioria dos docentes e alunos. No entanto, a sua componente orientação do referencial é normalmente utilizada de forma restrita. Isto limita a análise de gráficos e equações utilizados na cinemática.

Para melhor elucidação deste ponto de vista, atenta-se as progressivas confusões nos alunos que visam aumentar a ideia de que na expressão $v = 10 - 4t$, por exemplo, ou na forma mais geral, $v = v_0 - at$, assim como o consequente gráfico, traduz apenas um movimento

retilíneo uniformemente retardado. Isto também torna evidente que o processo de solução dos alunos na interpretação de equações e gráficos de movimento não leva em conta uma análise profunda de critérios derivados da componente orientação do referencial (Adelaide; Ruth, 2014).

O exposto pressupõe a existência de “soluções sem sentido”, em que Peduzzi (2001) expressa-se nos seguintes termos: *“A tendência do aluno é a de identificar fórmulas ou equações que julga relevantes à resolução e, de imediato, inserir valores numéricos correspondentes para a determinação do que precisa, sem examinar nem verificar casos particulares. Isto, muitas vezes, conduz a pouca ou nenhuma compreensão conceitual, gera soluções sem sentido e torna a aprendizagem pouco significativa”*.

2.1 – Inferências Derivadas da Componente Orientação do Referencial

O referencial e sua orientação determinam a forma da trajetória descrita por um corpo, os valores da posição, velocidade e aceleração bem como os respectivos sinais (...). Dentro deste patamar, a leitura e interpretação de gráficos devem enquadrar-se na mesma lógica.

Assim, sendo, a interpretação baseada na componente orientação do referencial, infere-se:

Estabelecimento da origem do referencial;

Estabelecimento do sentido do referencial;

Não se restringir apenas a um sentido do referencial;

Por seu turno, as etapas pressupõem critérios de interpretação de gráficos e equações que podem ser consideradas contribuições válidas no estudo da cinemática.

Em jeito de síntese, estas disposições e contribuições procuram modificar e ampliar os conhecimentos prévios conjugando-se com as orientações expressas e ampliando o conhecimento teórico, tal como Danilov (1988), Vigotsky (1996) e outros prevêm.

Uma outra abordagem interessante que constitui um fator de dificuldade está no fato dos professores não articular com frequência os conceitos físicos, como velocidade e aceleração às convenções utilizadas na interpretação de gráficos, dificultando sua compreensão quando estes estão implícitos. Neste contexto, o professor deverá definir a velocidade como declive do gráfico posição-tempo e aceleração como declive posição-tempo, integrando-se num referencial

Face o exposto, no seguimento dos estudos já efetuados, numa tentativa de contribuir para colmatar as dificuldades reportadas, fundamenta-se a presente proposta.

Para além desta visão geral, em detrimento das condicionantes derivadas da componente orientação do referencial, a proposta se encaminhará na determinação de/ou contribuições mais específicas como:

Determinação do critério limite das equações do movimento retilíneo uniformemente variado;

Determinação da mudança de sentido.

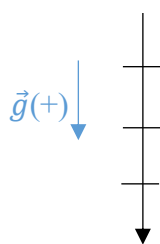
2.1.1 – Estabelecimento do Referencial: determinação das variantes do movimento

Para objetivar esta etapa, toma-se novamente o exemplo de um corpo em queda livre, partindo de repouso de uma altura h , desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$.

O estabelecimento da origem do referencial e sua orientação dá origem aos chamados sentido positivo da trajetória e ao sentido negativo do movimento. Estas designações têm a ver com a comparação entre o sentido real do movimento e o sentido adoptado no referencial.

Assim, se se considerar como origem do referencial no ponto de queda e com sentido para baixo teremos um sentido positivo. Pelo contrário, se considerarmos uma origem da trajetória o solo e com sentido para cima teremos um sentido negativo, resultando em equações e gráficos apresentados a seguir:

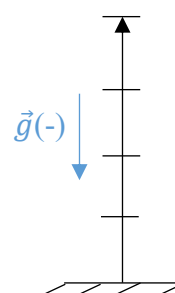
(2) – Sentido positivo (variante de movimento 1)



$$(1) y = \frac{1}{2}gt^2 \text{ e } v = gt$$

com $y_0 = 0$; $v_0 = 0$ e $g > 0$

(1) – Sentido negativo (variante de movimento 2)



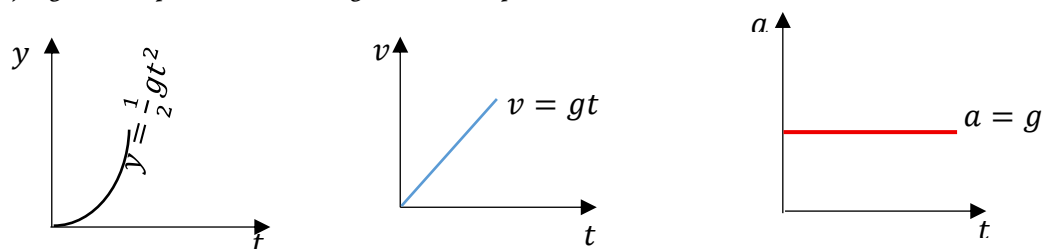
$$(2) y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \text{ e } v = -gt$$

com $y_0 = h$; $v_0 = 0$ e $g < 0$

Figura 1 – Referenciais com orientações opostas.

Fonte: Elaboração dos autores

Cujos gráficos apresentam-se a seguir: Sentido positivo (variante de movimento 1)



Sentido negativo (variante de movimento 2)

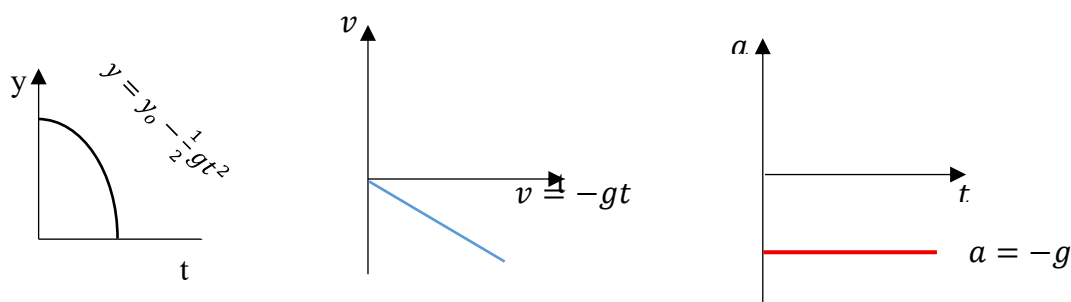


Figura 2 – Gráficos mostrando o mesmo movimento, mas com inclinações opostas, dependendo da orientação do referencial.
Fonte: Elaboração dos autores

É um fato bem assente, a maioria dos professores quando interpretam movimento utilizam sempre o sentido positivo da orientação do referencial (mesmo as vezes sem darem conta), em que resulta em aceleração positiva para o movimento retilíneo uniformemente acelerado e a aceleração negativa em movimento retilíneo uniformemente retardado.

Mas isto pode potenciar limitações aos alunos de considerarem sempre o sinal positivo da aceleração como sinónimo de movimento retilíneo uniformemente acelerado, enquanto o sinal negativo como movimento retilíneo uniformemente retardado.

Portanto, as equações (1) e (2) bem como os respectivos gráficos expressam o mesmo movimento retilíneo uniformemente acelerado, independentemente do sentido da trajetória adoptado. Portanto, a variação do sentido do movimento introduz modificações na forma de descrever o movimento de um corpo, fato que evidencia a existência de variantes de movimento.

2.1.2 – Análise das Variantes do Movimento

Segundo reflexões apresentadas na epígrafe anterior, as variantes de movimento demonstram a existência de sinais positivos e negativos, não só da aceleração, mas também da velocidade para movimentos uniformemente variados. Logo, torna-se necessário incluir também o sinal da velocidade para que a classificação destes seja mais efetiva.

Por outro, a par dos sinais da velocidade e da aceleração, num movimento uniformemente acelerado a velocidade aumenta uniformemente, enquanto num movimento uniformemente retardado a velocidade diminui uniformemente. Desta feita, a interpretação deste tipo de movimento deverá incluir os sinais da aceleração e da velocidade, em conjugação com o comportamento do módulo da velocidade. Assim,

“Se o valor da velocidade aumenta uniformemente; a aceleração tem o sentido da velocidade: trata-se do movimento retilíneo uniformemente acelerado. Podendo ser:

$$\begin{array}{l} | a > 0 \text{ e } v > 0 \rightarrow \text{ambas com o sentido positivo} \\ | a < 0 \text{ e } v < 0 \rightarrow \text{ambas com o sentido negativo} \end{array}$$

Trata-se do movimento retilíneo uniformemente retardado quando o valor da velocidade diminui uniformemente. Neste caso aceleração tem sentido oposto ao da velocidade. Podendo ser:

$$\begin{array}{l} | a < 0 \text{ e } v > 0 \rightarrow \text{ambas com o sentidos opostos} \\ | a > 0 \text{ e } v < 0 \rightarrow \text{ambas com o sentido opostos} \end{array}$$

2.1.3 – Determinação da mudança de sentido

Das deduções expostas, conclui-se facilmente para interpretar um movimento retilíneo uniformemente variado exige:

- 1- Indicar o sentido da velocidade e da aceleração dados pela componente orientação do referencial;
- 2- Verificar o comportamento do módulo da velocidade;
- 3- Comparar o sentido da velocidade com o sentido da aceleração;

Embora este constitui o marco mais importante de interpretação dos movimentos retilíneos uniformemente variado, tomando por exemplo, a expressão $v = 2 + t$, emergem outras questões, por exemplo, como avaliar a equação $v = 2 - t$, sendo que o sentido da velocidade poderá variar no decurso do tempo?

Estas inquietações levaram ao estabelecimento da mudança de movimento derivados da componente orientação do referencial nesta investigação.

A mudança de sentido corresponde o instante com sentido físico que ocorre quando a velocidade é zero. Por exemplo, utilizando a expressão, $v = 2 - t$, graficamente:

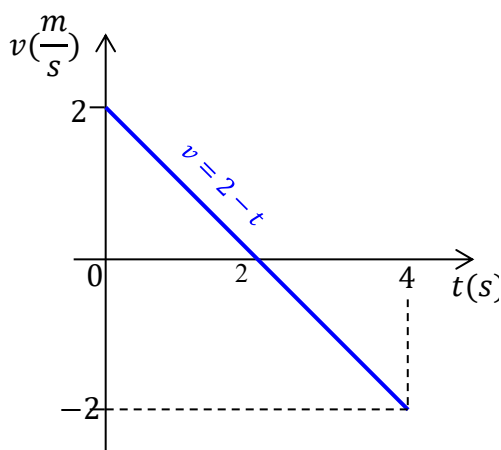


Figura 3 – Gráfico v-t refletindo a mudança de sentido de movimento.

Fonte: Elaboração dos autores

Sendo $v = 2 - t$ no intervalo de $t = 0s$ até t_f , tem-se:

Utilizando a condição: $v = 0 \leftrightarrow t = 2s$

Logo há mudança de sentido de movimento no instante $t = 2s$. Como o sentido positivo ocorre quando os valores de v são positivos, neste caso no intervalo de $0 \leq t \leq 2$. Pelo contrário o sentido negativo ocorre quando os valores da velocidade são negativos, ocorrendo no intervalo $2 \leq t_f$.

Tabela 1 – Sinais da aceleração e velocidade, e módulo da velocidade

Fonte: Elaboração dos autores

$t(s)$	$a(m/s^2)$	$v(m/s)$	$ v $
0	0	2	2
1	-1	1	1
2	-1	0	0
3	-1	-1	1
4	-1	-2	2

Por outro, no intervalo de $0\text{ s} - 2\text{ s}$, a aceleração e a velocidade com sinais contrários e módulo da velocidade diminui. Trata-se do movimento retilíneo uniformemente retardado. No intervalo de $2\text{ s} - 4\text{ s}$, a aceleração e a velocidade têm sinais iguais e o módulo da velocidade aumenta: trata-se do movimento retilíneo uniformemente variado.

Em síntese pode-se afirmar que a análise das variantes do movimento permite verificar casos particulares inseridos numa equação de movimento ou num gráfico, e também permitem evidenciar os critérios limites em que determinada equação pode ser utilizada e impor limites de projeção de um gráfico, assim como critério de conceção de gráficos, permitindo assim evitar a existência de soluções sem sentido.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização da componente orientação do referencial constitui um elemento importante para a descrição, análise e interpretação dos movimentos.

A consideração adequada do referencial permite estabelecer relações entre diferentes grandezas e características do movimento, contribuindo para uma compreensão mais integrada dos fenómenos estudados.

Assim, as diferentes variantes de movimento decorrentes da orientação do referencial podem contribuir para a diversificação e ampliação dos métodos e técnicas utilizados no estudo e na interpretação dos movimentos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADELAIDE; RUTH. Proposta metodológica baseada na análise da orientação do referencial para desenvolver a habilidade de interpretação de gráficos e equações que traduzem movimento mecânico nos alunos da 11.ª classe da Escola do II Ciclo do Ensino Secundário Eiffel do Cunene. Lubango: ISCED-Huíla, 2014.

BOWEN, G. M.; ROTH, W. M.; MCGINN, M. K. Interpretations of graphs by university biology students and practicing scientists: Toward a social practice view of scientific representation practices. *Journal of Research in Science Teaching*, v. 36, n. 9, p. 1020-1043, 1999.

COSTA, A.; MOISÃO, A.; CAEIRO, F. Física: 11.ª classe. Lisboa: Didáctica Editora, 2007.

COSTA, A. M. V. A interpretação de gráficos de movimento. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

DAVILOV, V. V. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental. Moscou: Progreso, 1988.

FLORES, C. D.; BELLO, G. A.; MILLÁN, D. F. A. Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y trayectoria. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, v. 5, p. 225-250, 2002.

GASPAR, A. Física. São Paulo: Ática, 2005.

LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O.; STEIN, M. K. Functions, graphs, and graphing: tasks, learning, and teaching. Review of Educational Research, v. 60, n. 1, p. 1-64, 1990.

MCDERMOTT, L. C.; ROSENGUIST, M. L.; VAN ZEE, E. H. Students' difficulties in connecting graphs and physics: examples from kinematics. American Journal of Physics, v. 55, n. 6, p. 503-513, 1987.

NASS, P. D.; IPÓLITO, M. Z. Representações visuais em livros didáticos de Física para o ensino médio: analisando gráficos cartesianos de cinemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 18., 2009, Vitória. Anais [...]. Vitória: Sociedade Brasileira de Física, 2009.

PEDUZZI, L. O. Q.; PEDUZZI, S. S. Sobre o papel da resolução literal de problemas no ensino de Física: exemplos em Mecânica. In: PIETROCOLA, M. (org.). Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora. Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.

RAMOS, I. C. P. D. N. Construção e interpretação de gráficos de cinemática com o software Modellus: um estudo com alunos do 11.º ano de escolaridade. 2011. Tese (Doutorado) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011.

RODRIGUES, M. I.; ROQUE, T. Interpretação da mecânica pelos alunos: estratégias de superação. 2007. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Aveiro, Aveiro, 2007.

VIGOTSKY, L. S. Pensamiento y lenguaje. México: Ediciones Quinto Sol, 1996.