

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA O ENSINO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

PROBLEM SOLVING IN THE LIGHT OF SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS THE TEACHING OF ALGEBRA IN ELEMENTARY SCHOOL

Rafael Chaves da Luz¹
Raimundo José Barbosa Brandão²
Natarsia Camila Luso Amaral³

RESUMO: Este estudo, aborda os registros de representação semiótica no ensino de Álgebra a partir da resolução de problemas, tem como objetivo discutir as contribuições desses registros no nono ano do ensino fundamental. Destaca-se a importância do modo como os conceitos iniciais de Álgebra têm sido construídos e a necessidade de promover reflexões aos professores sobre a metodologia de ensino por resolução de problemas para alcançar resultados relevantes no desenvolvimento da capacidade de compreensão de conceitos matemáticos. A pesquisa apresenta natureza qualitativa com intervenção. Foi realizada em uma escola pública estadual no município de São Miguel, estado do Tocantins, com intuito de investigar a aprendizagem dos alunos no uso didático da conversão, ou seja, da mudança de um registro em outros registros e, tratamento, que consiste numa operação dentro do próprio registro. O estudo ⁶³ permitiu verificar as dificuldades dos estudantes no aprendizado da Álgebra e de suas representações, bem como as da sua aplicação no dia a dia. Com isso, pôde-se levar adiante a reflexão quanto às metodologias utilizadas pelos professores, contribuindo para uma interlocução criativa que permitisse o avanço na direção dos objetivos que se propõe o ensino da Álgebra. Os dados foram analisados por tratamento estatístico.

Palavras-chave: Ensino da álgebra. Matemática. Semiótica.

¹Mestre em Matemática. Especialização em Matemática – formação de professores, Professor da rede pública do Estado do Maranhão.

²Doutor em Educação Matemática, professor Adjunto da Universidade Estadual do Maranhão, vinculado ao Programa de Pós-Graduação: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional/PROFMAT. Docente do Programa de Doutorado em Educação em Ciência e Matemática da REAMEC. Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa Ensino da Matemática e suas Tecnologias/ GEPEMATEC.

³Mestra em Educação. Especialista em metodologia do Ensino de Matemática. Especialista em Educação Matemática. Professora da Educação Básica da rede municipal de São José de Ribamar. Membro do Grupo de Estudo e Pesquisa Ensino da Matemática e suas Tecnologias/GEPEMATEC.

ABSTRACT: This study addresses semiotic representation records in the teaching of Algebra from problem solving, and aims to discuss the contributions of these records in the ninth grade of elementary school. It highlights the importance of the way in which the initial concepts of Algebra have been constructed and the need to promote reflections to teachers on the teaching methodology by problem solving to achieve relevant results in the development of the ability to understand mathematical concepts. The research has a qualitative nature with intervention. It was carried out in a state public school in the municipality of São Miguel, state of Tocantins, in order to investigate the students' learning in the didactic use of conversion, that is, the change of a record in other records and treatment, which consists of an operation within the registry itself. The study made it possible to verify the students' difficulties in learning Algebra and its representations, as well as those of its application in daily life. With that, it was possible to carry on the reflection regarding the methodologies used by the teachers, contributing to a creative dialogue that would allow the progress towards the objectives that the teaching of Algebra is proposed. The data were analyzed by statistical treatment.

Keywords: Teaching Álgebra. Mathematics. Semiótics.

INTRODUÇÃO

Os conceitos de objetos matemáticos passaram por um processo de evolução desde o princípio da humanidade até os dias atuais. Com a necessidade de representar quantidades, surgiu a álgebra simbólica. No tempo de Euclides, aproximadamente 3000 a.C., a álgebra simbólica estava distante de ser inventada, por isso os matemáticos da época usavam construções geométricas para estudar as equações. 64

Os conceitos algébricos aprendidos no Ensino Fundamental serão utilizados até o final do Ensino Médio do nível escolar básico e muitas vezes também no ensino superior em determinadas disciplinas. Assim, é importante e necessário que o aluno consiga apropriar-se desses conceitos para que possa aplicá-los nas mais diversas situações que surgirão ao longo de sua caminhada acadêmica e posterior estrada da vida.

Esta investigação se justifica pelo fato de nas últimas décadas o processo de ensino e aprendizagem de Matemática ter sido motivo de preocupação por parte dos governantes, professores e pesquisadores, em virtude de os estudantes, em geral de todos os níveis de escolaridade, demonstrarem dificuldade de compreensão dos conteúdos relacionados a esse componente curricular. Os alunos chegam ao Ensino Médio com dificuldade de compreensão de determinados conceitos geométricos e algébricos, em especial da álgebra, que é alvo deste estudo.

Além disso, esta pesquisa busca subsídios que poderão ser utilizados pelos docentes de Matemática, para que possam compreender quais as dificuldades observadas e quais os pontos relevantes que precisam de mais enfoque no momento de desenvolver determinados conceitos algébricos, podendo, assim, buscar suporte e formas diferenciadas de sanar e preencher tais lacunas, contribuindo para uma melhor construção do conhecimento.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigação tem uma abordagem qualitativa, pois o pesquisador se constitui como sujeito principal e foca o seu trabalho na interpretação da realidade. Justifica-se a natureza qualitativa do estudo, por se trabalhar com valores, crenças, hábitos, atitudes, representações e opiniões. (BRANDÃO, 2020, p 50-51) Ainda segundo o autor acima citado (BRANDÃO, 2020) a abordagem qualitativa é empregada, portanto, para a compreensão de fenômenos caracterizados por muita complexidade interna, sendo desta forma considerada o subjetivismo.

A estratégia utilizada para realização deste estudo, quanto às atividades de ensino, é a resolução de problemas. Polya (1934) introduziu esta metodologia com a publicação do livro “A arte de resolver problemas”, empregada na construção do conhecimento matemático

Esta investigação analisou as dificuldades do processo de ensino e aprendizagem da álgebra à luz dos registros de representação semiótica, por meio de resolução de problemas. O estudo foi realizado com alunos do nono ano da escola Estadual Bela Vista, situada em São Miguel do Tocantins (TO).

Os sujeitos de pesquisa foram 35 alunos, selecionado de maneira aleatória, de um total de 70 de duas turmas regularmente matriculados. Para a coleta de dados utilizou-se a aplicação de questionário, análise das atividades do pré-teste e da intervenção, e ainda a observação dos alunos ao longo da realização das situações problemas. Após o diagnóstico e identificadas as dificuldades dos alunos em conteúdos básicos de álgebra iniciou-se o processo de intervenção.

3. ENSINO DA MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A Matemática tem um valor formativo, que interfere na sistematização do pensamento e agiliza o raciocínio dedutivo do aluno. Também é uma ferramenta que serve para a leitura e

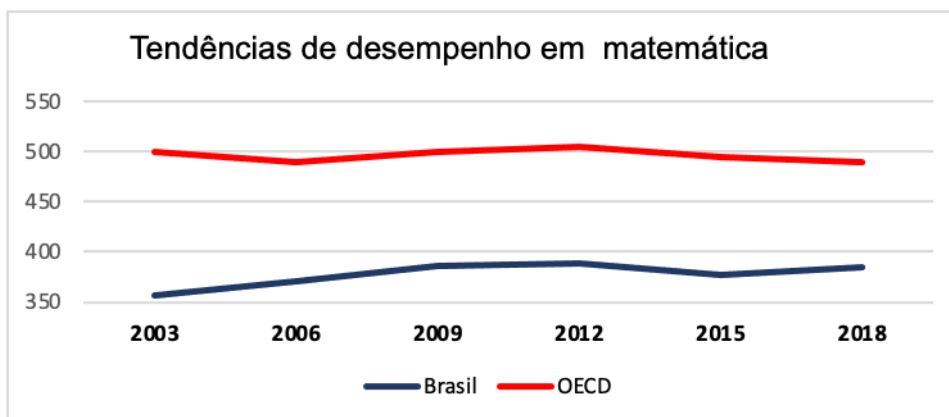
compreensão dos problemas da vida cotidiana, relacionando-se com outras áreas do conhecimento.

Dessa forma, é preciso pensar na maneira mais conveniente de construir e de ensinar a Matemática, para que ela não se torne um instrumento meramente mecânico, mas sim um fazer matemático enquanto instrumento de transformação, educando para novas experiências, novas maneiras de ser e de contextualizar o tema em questão (FLORES; MORETTI, 2008).

Segundo as Diretrizes Curriculares (2013), o estudo da Matemática compreende a identificação e a descrição dos padrões da linguagem matemática por meio de notações, conceitos e procedimentos. A Matemática é usada de forma crescente, em uma relação com as mais diversas áreas da atividade humana, ao mesmo tempo em que é perceptível sua presença no cotidiano.

A matemática escolar sofre forte influência da comunidade acadêmica, cuja legitimidade social é dada muito mais pela matemática científica do que por aquela conquistada pela comunidade de professores, ou seja, na maioria das vezes os saberes escolares tratados e gerados pelos professores, na prática docente, são vistos como uma má compreensão do conhecimento científico ou uma falha na formação docente (FLORES; MORETTI, 2008).

Evidenciando que o Brasil está distante do letramento matemático, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), desenvolvido pela OCDE e que no Brasil, é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), é destinado a estudantes na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória no Brasil. A avaliação visa buscar informações quanto à capacidade de cada indivíduo em três áreas-chave: ciências, matemática e leitura.



Fonte: Inep (2019).

Segundo a OCDE, um jovem letrado em matemática é capaz de formular, empregar e interpretá-la em uma variedade de contextos e não simplesmente atingir um mínimo de conhecimentos técnicos ou habilidades. Os estudantes brasileiros, porém, estão muito abaixo da média, são capazes apenas de responder a questões simples, que envolvam contextos conhecidos, executando ações óbvias, dando continuidade imediata ao estímulo dado.

Conclui-se que é muito importante que professores e toda comunidade escolar reflitam quanto aos resultados de matemática apresentados nesse relatório, com vistas à melhoria da qualidade da educação dos jovens brasileiros.

3.1 Uso de Tecnologias na formação do professor de Matemática

As tecnologias, que estão cada vez mais presentes na escola e na sala de aula, devem ser instrumentos determinantes na formação de professores, pois se tornam, às vezes, até instrumentos pedagógicos no processo ensino aprendizagem, o que aponta muitos aspectos positivos no ambiente escolar. Destacam-se, nesse processo, as tecnologias de informação e comunicação, portanto, se faz necessária uma boa infraestrutura para emergência de uma cultura de formação continuada.

Estar inserido nessas tecnologias e buscar cada vez mais aprimoramentos em tecnologias educacionais contribuem na formação do professor para desempenhar seu papel dentro da sala de aula, pois a tecnologia não funciona sozinha. Para Moraes (2002):

O simples acesso à tecnologia em si não é o mais importante. O computador por si só não provoca mudanças desejadas. O importante é saber usar essas ferramentas para a criação de novos ambientes de aprendizagem que estimulem a interatividade, que desenvolvam a capacidade de formular e resolver questões, a busca de informações contextualizadas associadas às novas dinâmicas sociais de aprendizagem (MORAES 2002, p. 8).

Em razão da inovação e do progresso tecnológico, a sociedade exigirá cada vez mais profissionais competentes e habilitados nos estudos e em sua formação continuada para melhor desempenharem sua função. Mesmo os professores mais conservadores não precisam resistir a essas mudanças, pois não se trata de uma opção exclusiva: não é preciso que a escola tecnológica destrua a escola tradicional. É possível ter um aproveitamento do que se tem de bom em uma e em outra e dar um salto para um novo patamar em qualidade de ensino (RODRIGUES, 2006).

Diante desse cenário, torna-se necessária a preparação de professores para atuar nessa nova realidade, portanto as novas tecnologias educacionais são fundamentais para que o professor se familiarize e possa agregá-las em sua metodologia de trabalho.

3.2 ÁLGEBRA: Concepções

A representação de quantidades desconhecidas por meio de símbolos, fundamental na álgebra, evoluiu lentamente. Embora os antigos egípcios e os matemáticos sumérios tenham tratado de problemas que envolviam quantidades desconhecidas, eles não as expressavam na forma de equações, como se faz agora.

Sem dúvida, só depois do fim do século XVI evoluiu a forma familiar de equação. Para um estudante de hoje, a álgebra começa quando as quantidades desconhecidas passam a ser representadas por letras (ROONEY, 2012).

A álgebra é familiar para muitas pessoas na forma de equações que devem ser resolvidas, seja na forma de exercícios na escola ou na forma de equações para modelar problemas em economia, ciência ou alguma outra disciplina. A presença da matemática na escola é uma consequência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade (CHEVALLARD; BOSCH & GASCÓN, 2001 p. 45).

68

De acordo com Lins e Gimenez (1997), entende-se que a álgebra, a aritmética e a geometria constituem os alicerces da matemática escolar do ensino fundamental. Ensinar álgebra é possibilitar a formação do pensamento algébrico do indivíduo, mas na sala de aula a atividade algébrica se resume a um cálculo com letras que desenha uma sequência técnica e é encontrada na maioria dos livros didáticos. Essa técnica baseia-se no método de estudo tradicionalista e não em uma investigação ou reflexão, mostrando ser bastante ineficaz em termos de aprendizagem.

3.3 Importância do estudo de Álgebra

Além de estimular o raciocínio lógico e dedutivo, o estudo da álgebra permite encontrar soluções de determinadas situações problemas do dia a dia.

Sabe-se que a Álgebra, em seu processo de construção e compreensão, torna-se muito complicada para os discentes devido ao seu grau de abstração. Segundo os Parâmetros

Curriculares Nacionais, um dos grandes problemas encontrados na aprendizagem da Álgebra é a noção de variável. Nesse sentido, segundo Silva, Pereira e Resende (2013):

De modo geral, os estudantes entendem que a letra usada em uma sentença algébrica serve apenas para indicar um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita. Não é um conceito errado, mas representa apenas uma das concepções da Álgebra. Esse conceito é fundamental e imprescindível ao estudo algébrico. O documento propõe que o professor trabalhe na sala de aula com as diferentes concepções da Álgebra, para tentar desmistificar esse conceito, além de estimular a utilização da geometria como recurso para compreensão desses fatos, que pode ajudar na generalização de padrões (SILVA, PEREIRA E RESENDE, 2013, p. 3).

Como os princípios algébricos contribuem para a sistematização de conceitos, são fundamentais para a construção do conhecimento e amadurecimento das ideias, podendo ser tomados como base para sustentar um conhecimento mais abstrato. Se a base para todos os demais conceitos não for bem estruturada, podem ocorrer dificuldades posteriores que atrapalharão o desenvolvimento do discente.

Encontra-se em Brasil (1998), a Álgebra é um importante ramo da Matemática que deve ser trabalhada, tendo em vista que é um dos objetivos da matemática no Ensino Fundamental:

[...] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos. [...]. Pela 69 exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a regras para resolução de uma equação. (BRASIL, 1998, pp.48-50).

Dessa forma, percebe-se o grau de importância da álgebra para os anos finais, e com isso enfatiza-se a necessidade de o docente conhecer as dificuldades de seus alunos para que sejam adotadas formas diferenciadas, alternativas e coerentes de ensino e aprendizagem, a fim de atingir uma compreensão mais significativa dos mesmos.

Quanto à estrutura no ensino de álgebra, pode-se dizer que os conteúdos são apresentados como uma rígida sequência de regras que evidenciam a dependência de cada um dos tópicos em relação ao anterior, assim pode-se dizer que o ensino se apresenta de forma fragmentada.

Cabe ao professor pensar seriamente no papel da álgebra na escola e principalmente na formação do pensamento algébrico do aluno, pois esse pensamento relaciona-se, no processo

de escolarização, com o pensamento aritmético e geométrico e não se pode deixar uma defasagem no aprendizado e na construção matemática do estudante.

Em relação à álgebra é preciso respeitar as propriedades entre os números de um contexto, compreendendo, aceitando e aplicando regras. De certa forma, ela está inserida no cotidiano, como nas empresas onde frequentemente surgem problemas relacionados a custos, produção e divisão de lucros, e também fazem uso da álgebra para fazerem suas análises. Na medicina, os médicos utilizam muitas fórmulas matemáticas em manipulação de medicamentos e, principalmente, para calcular a dose de remédio que deve ser dada aos pacientes.

Além disso, a álgebra remete à capacidade de resolver e elaborar problemas relacionados a um contexto próximo, que possa ser representado por sistemas de equações, interpretados e, talvez, permitir alguma intervenção no seu ambiente de convívio. Possibilita, também, o estudo da geometria e suas demonstrações, mas, a álgebra é apenas uma ferramenta, a habilidade de resolver problemas desenvolve-se aos poucos.

4. TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS (TRRS)

A partir de 1995 uma abordagem teórica vem ocupando muito espaço no meio das discussões do processo de ensino e aprendizagem em matemática. Este quadro teórico denominado Teoria dos Registros de Representação Semiótica, foi criado pelo filósofo francês Raymond Duval (1995) e trouxe contribuições significativas no campo educativo tanto no ensino quanto na pesquisa.

Representação semiótica segundo Henriques e Almouloud (2016 p. 467) é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótico e de outro lado, pela referência do objeto representado

Neste estudo essa teoria dos registros de representação semiótica será utilizada para fazer as análises com respeito ao ensino e aprendizagem de Álgebra no do ensino fundamental.

4.1 Registros de representação semiótica

Para Schoen (1995, p.138), lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela história e apoiadas por pesquisas do ensino e aprendizagem de álgebra. Diante das dificuldades da compreensão do conceito de objetos algébricos, esta pesquisa lança mão dos registros de representação semiótica como ferramenta didática no ensino de álgebra.

Segundo Neres (2010, p. 28), a passagem de um sistema de representação a outro, ou seja, a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer do mesmo percurso, é utilizado em atividade matemática. Em geral, para a maioria dos alunos não se apresenta assim de forma tão evidente, visto que a passagem espontânea de uma representação semiótica a outra só acontece quando são congruentes. Essa passagem, segundo Duval (2009), só ocorre de forma espontânea, quando:

- Existe uma correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem;
- Há a mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações; e
- Há conversão de uma unidade significativa da representação de saída em uma só unidade significativa de chegada.

71

Para Neres (2010), a conversão é uma atividade cognitiva diferente e não está sujeita às atividades de tratamento. Passar de um registro a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é preciso também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Com essa teoria desenvolve-se toda a análise dos dados (RONCAGLIO e NEHRING, 2015. p. 200).

Santos (2009, p. 58), define as representações semióticas:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes.

O estudo da álgebra, bem como de qualquer outro objeto matemático, dada a sua abstração é fundamental que as diversas formas de representação estejam presentes nas atividades de ensino para uma melhor compreensão do conceito e naturalmente sua apreensão.

5. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas se inicia no aluno e no modo de pensar matemático e nas aplicações da matemática no nível elementar. De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica, as etapas da resolução de problemas são:

- **Compreensão do problema:** o enunciado deve ser lido detalhadamente para identificar os dados e o que se deve obter: a incógnita x ;
- **Montagem da equação:** consiste em traduzir o enunciado do problema em linguagem matemática, por meio de expressões algébricas, para obter uma equação.
- **Resolução da equação obtida;** e
- **Comprovação e análise da solução:** é necessário comprovar se a solução obtida é correta e, depois, analisar se tal solução tem sentido no contexto do problema.

Para que um aluno resolva um problema é fundamental que ele tenha: bom conhecimento dos termos matemáticos, interpretação e compreensão dos enunciados, e habilidade para enfrentar situações desafiadoras. Os alunos gostam de desafios, e as aulas de Matemática podem ser transformadas em momentos estimulantes, quando o estudante tem a oportunidade de aplicar os conhecimentos exigidos para a resolução de situações problema.

A utilização da metodologia de resolução de problemas nos últimos anos tem ocupado 72 um espaço cada vez maior em sala de aula pelos professores de matemática. É um procedimento metodológico que contribui para estimular e desafiar os alunos em busca da resposta dos problemas envolvidos no estudo.

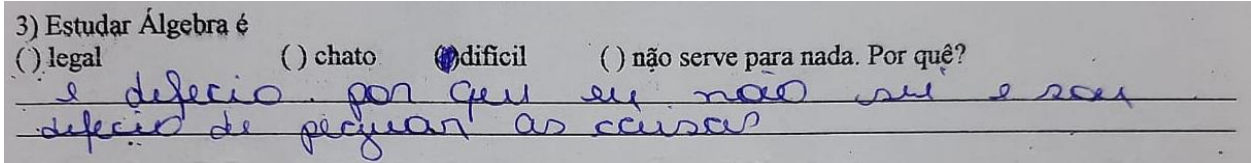
Para Dante (1998), a resolução de problemas tem por objetivo fazer o aluno enfrentar situações novas; oportunizar o envolvimento com aplicações da matemática, subsidiar os alunos com conhecimentos que permitam seu desenvolvimento para a resolução de problemas.

6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste artigo apresentaremos algumas das questões trabalhadas em sala de aula durante o nosso experimento com os alunos. Os resultados mostraram dificuldade dos alunos em álgebra e apontam que os conceitos e princípios da álgebra não estão sendo compreendidos nem aplicados de maneira correta para dar subsídio às séries seguintes na vida escolar dos estudantes.

Na questão a seguir (figura 1) teve-se como objetivo analisar a visão que o estudante do 9º tem acerca da álgebra.

Figura 1 – A álgebra na visão do estudante



Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Os alunos completaram que não gostam muito de estudar matemática por que o conteúdo é difícil e na maioria das vezes não entendem nada, como mostra o trecho seguinte: “É difícil por que eu não sei. E sou difícil de pegar as coisas”. Note também o erro na ortografia. Nesse contexto, os jovens, por falta de estímulo nos procedimentos didáticos, acabam por se afastarem da matemática e perdem o interesse pela álgebra. Conforme Maranhão *et al*:

O ensino da álgebra tem sido objeto de estudo de inúmeros pesquisadores, identificando concepções algébricas e apontando implicações de natureza didático metodológica referentes ao desenvolvimento da educação algébrica elementar [...]. Os professores esquecem a importância do papel do aprendiz no processo de ensino aprendizagem, atrelado a sequência de conteúdos com distanciamento entre do contexto das atividades, não havendo desse modo aprendizagem significativa (MARANHÃO *et al*, 2009, p. 104).

Diante dessa realidade, os professores ficam ainda mais sobrecarregados para 73 solucionar as dificuldades dos alunos, haja vista que o apoio em casa é mínimo. Por isso, devem sempre inovar suas práticas pedagógicas educativas. É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu cotidiano na escola ou fora dela (DANTE, 2002).

Uma outra situação apresentada aos alunos foi a seguinte:

O triplo do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Rafael tem?

O problema, que recai em uma equação do 2º grau, busca desenvolver a capacidade de realizar uma conversão da linguagem natural para algébrica, bem como aplicá-la de forma pontual para chegar à solução do problema.

Nesse problema, a dúvida principal era como escrever uma equação que relaciona o número de filhos. Alguns alunos partiram para o método de tentativas e contagens e acabaram

chegando à solução. É uma forma criativa de resolver o problema, contudo gastaram muito tempo e não utilizaram os conceitos algébricos abordados nas explicações. Ficou evidente a dificuldade dos alunos em utilizar a representação de registros semióticos para realizar uma conversão.

As intervenções foram trabalhadas de modo prioritariamente individual, ou em pequenos grupos, incentivando e orientando cada aluno para que chegasse à solução do problema, deixando o próprio aluno expor suas ideias e com uma releitura do problema, principalmente solicitando um plano de ação para os estudantes.

Abaixo estão as soluções dos estudantes, baseado na leitura do problema apresentado acima:

Figura 2 – Resolução do estudante 3

O triplo do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Rafael tem?

$$9x + 12x = 63$$

$$21x = 63$$

$$x = \frac{63}{21}$$

$$x = 3$$

Rafael tem 3 filhos

Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Figura 3 – Resolução do estudante 4

O triplo do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Rafael tem?

$$3x^2 = 63 - 12x$$

$$3x^2 + 12x - 63 = 0 \quad (\times 3)$$

$$x^2 + 4x - 63 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63) = 0$$

$$\Delta = 16 + 252$$

$$\Delta = 268$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{268}}{2}$$

$$x = -4$$

Fonte: Pesquisa de campo (2019).

Os estudantes estavam confusos com a atividade, como equacionar a situação proposta formulando uma representação algébrica. Uma vez obtida a representação adequada, segue a resolução dos exercícios, que seria executar o plano elaborado verificando cada passo a ser dado. Exclui-se desse caso o método de tentativa e erro, pois o raciocínio algébrico deve prevalecer.

O domínio dos conceitos considerados básicos para a série é fundamental para conseguir manipular os dados, fazendo os cálculos e chegar à solução. Além disso, é necessário fazer uma verificação da resposta ou das respostas encontradas a fim de diagnosticar a verdadeira solução do problema.

Os alunos foram encorajados a fazer perguntas entre eles para esclarecer os pontos fundamentais, destacando as informações do problema para compreenderem melhor e adequarem os conceitos algébricos.

Trabalhar com conceitos básicos, como a fórmula de Báskara, foi necessário para que o aluno se apropriasse desse instrumento de resolução de equações. Assim, de modo conjunto, com a orientação do professor e a interação com outros alunos do grupo, foi possível resolver o problema.

Pela proposta de resolução de problemas, têm-se que:

1) Compreender o problema:

a) O que o problema pede? Resolver o problema significa encontrar o número de filhos de Rafael.

b) Quais são os dados e as condições do problema? Os dados e condições estão descritos no texto que diz que o triplo do quadrado do número de filhos de Rafael é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos.

c) Perceber que se trata de um problema que recai em uma equação do segundo grau.

2) Elaborar um plano:

a) Fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede;

b) Fazer uma representação algébrica;

c) Montar uma equação que satisfaça os dados. No caso a equação é:

$$3x^2 = 63 - 12x \rightarrow 3x^2 + 12x - 63 = 0$$

b) Utilizar a fórmula de Bháskara

3) Executar o plano:

a) Executar o plano verificando cada passo a ser dado: Vamos resolver a equação dos exercícios

$3x^2 = 63 - 12x \rightarrow 3x^2 + 12x - 63 = 0$ (dividindo ambos os membros por 3), temos:

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

Recorrendo à fórmula de Bháskara, Segue:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 10}{2} \rightarrow x = \begin{cases} x' = \frac{-4 + 10}{2} = +3 \\ x'' = \frac{-4 - 10}{2} = -7 \end{cases}$$

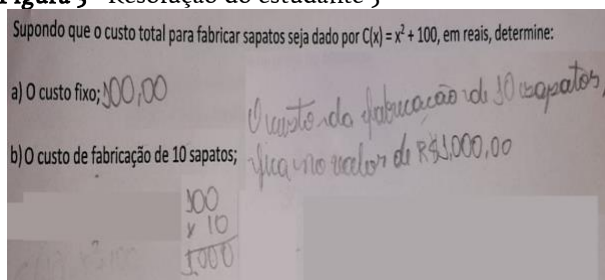
4) Fazer uma verificação: analisar o resultado obtido. O problema questiona o número de filhos de Rafael e, portanto, não há quantidade negativa de filhos, logo a resposta é 3. Rafael tem três filhos. Esse também é um passo importante para detectar e corrigir possíveis erros.

No terceiro encontro, em 28 de setembro de 2019, foram trabalhadas três atividades problemas, com o objetivo de verificar a capacidade dos alunos fazerem um tratamento algébrico, das quais abordou-se uma para ilustrar. Apresenta-se um dos problemas trabalhados em sala de aula:

O custo total para fabricar sapatos seja dado por $C(x) = x^2 + 100$, em reais, determine: a) O custo fixo; e b) o custo de fabricação de 10 sapatos.

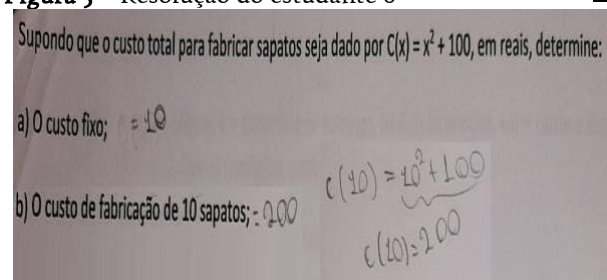
No início, ao se depararem com o exercício os estudantes ficaram um pouco perdidos, sem saber o que fazer. Não estava claro para eles o que buscar no exercício. De maneira tímida, com algumas perguntas foram esclarecidos os pontos fundamentais e destacadas as informações importantes. Assim, foram compreendendo melhor o problema, o que se pede e quais condições são dadas para resolvê-lo.

Figura 3– Resolução do estudante 5



Fonte: Autores (2019).

Figura 5 – Resolução do estudante 6



Fonte: Autores (2019).

As imagens mostram os primeiros passos na construção das respostas. O problema foi entendido e os estudantes pensaram em um modo de resolvê-lo com poucas orientações, basicamente só foi feita uma releitura, mas demonstraram dificuldade em manipular os elementos algébricos.

Segue a solução esperada:

1) Compreender o problema:

a) O que o problema pede? Resolver o problema significa entender o significado de custo, e o que se quer saber é qual o custo fixo e qual o custo na produção de 10 sapatos.

b) Quais são os dados e as condições do problema? Esses elementos estão descritos em uma equação, da qual se pode retirar as informações necessárias para resolver o problema.

c) Perceber que se trata de um problema que recai em uma função do primeiro grau.

2) Elaborar um plano:

a) Fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede;

b) Fazer uma interpretação algébrica do problema.

c) Usar manipulação algébrica para resolver o que é pedido no exercício com a equação.

d) Utilizar a técnicas de resolução de equação de primeiro grau.

No primeiro item deve-se achar o custo fixo. Isso é equivalente a dizer: qual o custo para produzir zero sapatos? Então tem-se que calcular $C(0)$ na função.

No segundo item pede-se o custo para produzir 10 sapatos, ou seja, calcular $C(10)$.

3) Executar o plano:

a) executar o plano verificando cada passo a ser dado:

Vamos calcular o que se pede.

$C(x) = x^2 + 100 \rightarrow C(0) = 0^2 + 100 \rightarrow C(0) = 100$, dessa forma o custo fixo de produção é R\$ 100,00.

Para produzir 10 sapatos:

$C(x) = x^2 + 100 \rightarrow C(10) = 10^2 + 100 \rightarrow C(10) = 100 + 100 \rightarrow C(10) = 200$, ou seja, para produzir 10 sapatos o custo será de R\$ 200,00.

4) Fazer uma verificação: analisar o resultado obtido. O problema questiona o custo na produção de certas quantidades de sapatos e foi feita uma verificação nos cálculos. Os valores do custo são de fato R\$ 100,00 e R\$ 200,00 reais.

Observou ao longo do processo de intervenção que os alunos participantes do estudo têm muitas dificuldades de realizarem a conversão saindo da linguagem algébrica para o registro gráfico e a volta do registro gráfico para o algébrico o grau aumenta mais por isso, acredita-se na importância de se iniciar estudos relativos a esta área desde o início da aprendizagem formal de matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das preocupações voltadas ao aluno e à aprendizagem da matemática, nesta pesquisa visou-se atender à seguinte questão: como a teoria dos registros de representação semiótica pode contribuir no processo de ensino aprendizagem da álgebra por meio da resolução de problemas?

Para responder a essa questão buscou-se realizar estudos voltados aos pressupostos teóricos de resolução de problemas de Polya (1977) e aos registros de representação semiótica de Duval (2011), proporcionando aporte teórico e metodológico para realizar o trabalho com os estudantes alvos da pesquisa. É preciso a colaboração de editoras e universidades para aumentar a produção de materiais que ofereçam alternativas de contextualização nos tempos atuais.

Considerado o problema, definiu-se como objetivo geral discutir as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. Com o intuito de atender aos objetivos, propôs-se aos alunos que participassem de um experimento para melhorar o aprendizado da matemática, especificamente da álgebra. O estudo com os alunos foi realizado em horário diferente do escolar e consiste na intervenção por meio da resolução de problemas,

Este estudo explorou conhecimentos básicos para apropriação dos significados algébricos como as equações, sentenças matemáticas aritméticas e algébricas, membros e termos algébricos, e representação gráfica. A proposta se deu por resolução de problemas e apontou dificuldades para os estudantes seguirem para a próxima série. 78

Diante dos resultados, certamente o estudo foi enriquecedor para a formação docente, pois permitiu verificar e elaborar outro método de ensino da álgebra, com resolução de problemas contextualizados. Espera-se que este estudo venha a servir de novos problemas de pesquisa futuros.

REFERÊNCIAS

BRANDÃO, R. J. B. Estatística e Probabilidade na Formação do Engenheiro Civil. In: Engenharia 4.0: a era da produção inteligente / Eduardo Mendonça Pinheiro, Glauber Tulio Fonseca Coelho, Patrício Moreira de Araújo Filho (Org.). São Luís: Editora Pascal Ltda, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília - DF. Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Básica, 2013. Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192. Acesso em 28 janeiro. 2023

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GÁSCON, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto alegre: Aritmed, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2002.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, R. Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem Editora, 2011.

FELDMANN, M. G. Formação de professores e cotidiano escolar. In: FELDMANN, M. G. (Org.). *Formação de professores e escola na contemporaneidade*. São Paulo: Editora SENAC, 2009. p. 71-80.

FLORES, Claudia R.; MORETTI, Mércles Thadeu. A articulação de registros semióticos para a aprendizagem: analisando a noção de congruência semântica na matemática e na física. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 1, p. 25-39, 2008.

HENRIQUES Afonso; ALMOULOU, Saddo Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *Ciênc. Educ.*, 79 Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

MARANHÃO, Cristina (Org.). PIRES, Célia Maria Carolina. Freitas, José Luiz Magalhães. ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho. GRANDO, Neiva Ignês. MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio – Pesquisas e perspectivas*. São Paulo: Musa editora, 2009.

MORAES, Maria C. *O paradigma educacional emergente*. Campinas, SP: Papirus, 2002.

NERES, Raimundo Luna. *Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental*. Tese de doutorado. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2010.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro, Interciência, 1977.

RONCAGLIO, Viviane. *Registros de Representação Semiótica – Atividades de Conversão e Tratamento em Vetores e suas Operações a partir da Argumentação de Estudantes de*

Engenharia. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – 2011

RONCAGLIO, Viviane.; NEHRING, Cátia Maria. Aprendizagem do Conceito de Vetor por Estudantes de Engenharia – Análise de Registro. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, ISSN 2178-034X. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo - SP, 13 a 16 de julho de 2016

ROONEY, Anne. A História da Matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda., 2012.

SILVA, J. T.; PEREIRA, D. G.; RESENDE, M. R. As Necessidades de Estudos sobre o Ensino Aprendizagem da Álgebra no Ensino Fundamental: Desafios e Perspectivas. Revista Encontro de Pesquisa em Educação, v. 1, nº1. Universidade de Uberaba, 2013.

SCHOEN, Harold L. **A resolução de problemas em álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. Site do Livro aberto: <https://www.umlivroaberto.com/fr/GE101-oB.html>