Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação

Revista Ibero- Americana de Humanidades, Ciências e Educação- REASE

OPEN ACCESS

doi.org/ 10.51891/rease.v8i7.6405

SUBTRAÇÃO MÚLTIPLA DE NOVE EM ARRANJOS

MULTIPLE SUBTRACTION OF NINE IN ARRAYS

RESTA MÚLTIPLE DE NUEVE EN ARREGLOS

Felício Chico Manuel[1]

RESUMO: Este artigo é resultado de uma análise feita aos números inteiros, com maior destaque para os números naturais. O objetivo desta pesquisa é trazer uma propriedade dos números que se verifica quando são trocadas as posições dos algarismos dos números dando origem aos múltiplos de nove. Uma propriedade que consiste em, a partir de um número, trocar-se a posição dos seus algarismos e de seguida é calculada a sua diferença, o que faz surgir múltiplo de nove. Neste contexto, o trabalho aborda a relação entre a subtração e os múltiplos de nove nos arranjos. Para além da subtração, para esta pesquisa foi fundamental a introdução da análise combinatória, um assunto que foi muito importante nesta pesquisa, pois foi através dos arranjos, neste caso permutação, que foram apresentados neste trabalho, que por sua vez efetuou-se a subtração dos números permutados os seus algarismos obtendo-se desta forma os múltiplos de nove. Através da regra do noves-fora abordada nesta pesquisa veio confirmar e verificar os múltiplos de nove obtidos da diferença entre os números formados a partir da troca de posição dos algarismos dos números, isto é, permutação dos seus algarismos.

Palavras-chave: Permutação. Subtração e Múltiplo de nove.

ABSTRACT: This article is the result of an analysis made to whole numbers, with greater emphasis on natural numbers. The objective of this research is to bring a property of the numbers that is verified when the positions of the digits of the numbers are exchanged, giving rise to the multiples of nine. A property that consists of changing the position of its digits from a number and then calculating its difference, which gives rise to a multiple of nine. In this context, the work approaches the relationship between subtraction and the multiples of nine in the arrangement. Beyond subtraction, for this research, the introduction of combinatorial analysis was fundamental, a subject that was very important in this research, because it was through the arrangements, in this case permutation, that were presented in this work, that the subtraction of the numbers by permuting their digits, thus obtaining the multiples of nine.

Keywords: Permutation. Subtraction and Multiple of nine.

[1]Docente de Física na Escola Secundária Marcelino Dos Santos, em Nampula, Moçambique.Graduou-se como Licenciado em Ensino de Matemática com Habilitação em Ensino de Física, pela Universidade Pedagógica, em Moçambique. Em 2020 trabalhou no banco MBC (My Bucks Banking Corporation), como agente, em Moçambique. Em 2020 trabalhou no Instituto Técnico Profissional e Aduaneiro de Moçambique, onde ensinou Estatística Hospitalar e Demografia, em Nampula, Moçambique. E-mail: feliciocmanuel@gmail.com.

RESUMEN: Este artículo es el resultado de un análisis realizado a los números enteros, com mayor énfasis en los números naturales. El objetivo de esta investigación es traer una propiedad de los números que se verifica cuando se intercambian las posiciones de los dígitos de los números, dando lugar a los múltiplos de nueve. Propiedad que consist em cambiar la posición de sus dígitos de um número y luego calcular su diferencia, lo que da lugar a un múltiplo de nueve. En este contexto, la obra aborda la relacion entre la resta y los múltiplos de nueve en los arreglos. Además de la resta para esta investigación fue fundamental la introdución del análisis combinatorio, tem que fue muy importante en esta, pues fue a través los arreglos, en este caso la permutacion, que la resta fue de los números permutados sus dígitos obteniendo así los múltiplos de nueve. A través de regla de los nueves abordada en esta investigación, confirmó y verificó los múltiplos de nueve obtenidos a partir de la diferencia entre los números formados a partir del intercambio de posición de los dígitos de los números, és decir, permutacion de sus dígitos.

Palabras clave: Permutación. Resta y Múltiplo de nueve.

INTRODUÇÃO

No nosso quotidiano é comum observar a troca de posição de pessoas que estão numa fileira, a troca de posição dos atletas durante uma competição de atletismo, e diversas situações que envolvem a troca de posição. Neste contexto estamos a falar de um quotidiano associado à análise combinatória, porém que se refere à permutação.

Portanto, a análise combinatória terá destaque nesta pesquisa, concretamente às permutações, dado que a permutação dos algarismos dos números terá muita relevância neste trabalho, já que na Análise Combinatória são estudados aspetos como arranjos, combinações e permutações.

Assim, segundo (Bezerra, 2018, p.7), "Em Análise Combinatória trabalhamos com três conceitos basicos: Arranjo, Permutação e Combinação". Aliás, as permutações também são arranjos nos quais todos os elementos do conjunto fazem parte das sequências formadas.

Exemplo: De quantas maneiras 4 pessoas podem ficar numa fileira todas ao mesmo tempo?

Resposta: Para responder esta pergunta, faremos permutação de 4. Isto é, 4!. Que é igual a 4•3•2•1=24. Portanto, 4 pessoas podem ficar de 24 maneiras diferentes em uma fileira.

"... a palavra IRACEMA é um anagrama da palavra AMÉRICA e é uma permutação das sete letras A, M, E, R, I, C, A..." (VASCONCELOS; ROCHA, p.36)

São permutações como estas que farão parte desta pesquisa, ou seja, a troca de posição dos elementos ou objetos, mas este caso vamos referir-nos de algarismos, ou seja, a troca de posição dos algarismos de um número. Por exemplo, a permutação ou a troca de posição dos algarismos do número 2134 são 1234, 4321, etc.

Porém, neste contexto, não apresentaremos a permutação em termos de números, isto é, não se vai apresentar número total de permutações, mas sim uma simples troca de posição de algarismos, como fizemos anteriormente.

A subtração entre dois números é uma questão que encontramos e praticamos em diferentes contextos. Por exemplo, podemos determinar a subtracção de número de carros que duas pessoas têm, número de anos que duas pessoas têm e mais outras situações em que verificamos a diferença de números. Como podemos observar que "nos primeiros anos, o trabalho das crianças, com números, é feito com números inteiros e elas operam, sobre eles, adicionando ou subtraindo" (ONUCHIC; BOTTA, 1998, p. 6).

Em Nacarato (1990, p.12), apresenta-se uma expressão referente à subtração, dada na seguinte forma $0 - 9$. Portanto, a subtração está associada ao nosso quotidiano.

A subtração e os múltiplos de nove têm uma relação nesta pesquisa, isto é, na subtração múltipla de nove em arranjos entra a subtração assim como os múltiplos de nove fazem parte desta pesquisa.

Um número inteiro é múltiplo de nove se o mesmo podemos dividir por nove e obtermos resto zero, por exemplo, $9, 18, 27, \dots, 81, \dots$

Podemos dizer que “os números que se obtêm multiplicando um número pela sucessão dos números inteiros chamam-se múltiplos desse número."(AMARAL; NHALUNGO, 2004, p.42)

Assim, um número y, não negativo, é múltiplo de nove se existir outro número inteiro não negativo x tal que $y = 9x$, ou então estamos a dizer que se dividirmos o número y por 9, obteremos como resto zero.

Neste contexto, está dizer-se que 9 é divisor de y, pois, segundo Silva (2014), divisores de um número natural são todos os números naturais que ao dividirem tal número, o resultado dessa divisão e exata, quer dizer, o resto da divisão será zero.

Portanto, falar de nove nesta pesquisa é muito relevante. Assim, importa referir que a questão dos noves-fora é necessário destacar neste mesmo trabalho.

Noves-fora de um número funciona de tal forma que retiramos tantos noves quantos existirem no mesmo número para sabermos quanto resta. Portanto, queremos saber quantos noves existem em um número, o que, entretanto, ajuda a saber qual será o resto da divisão do mesmo número por nove.

Segundo Lacava e Costa (2016), calcular o noves-fora de um número natural qualquer n, aquivale tirar no mesmo número o maior múltiplo de nove que o número contém, que é o mesmo calcular o resto da divisão deste número n por 9.

A regra do noves-fora consiste em somar os algarismos do número, o valor final que se obter, soma-se novamente os seus algarismos até que tenhamos número com único algarismo, este será o resto da divisão do número por nove.

> [...] existe uma maneira mais simples de se obter o noves-fora de um dado número natural. Soma-se os algarismos deste dado número que se deseja obter o noves-fora obtendo outro valor. A partir deste novo valor, soma-se novamente os algarismos e assim por diante até restar um número de um único algarismo. (LACAVA; COSTA, 2016, p.58-59)

Por exemplo, determinemos o noves-fora de 703. Com a regra prática do noves-fora, vamos somar todos os algarismos do número, assim, teremos 7+0+3=10. Com este último valor, de 10, novamente faremos a soma de algarismos, que fica 1+0=1. Com este resultado, nos diz que o resto da divisão de 703 por 9 teremos como resto 1.

1. METODOLOGIA

Esta pesquisa foi realizada em diferentes locais como bibliotecas, locais onde houvesse manuais que permitissem a realização da pesquisa como na internet, através de artigos científicos publicados, revistas e outras fontes de informação para viabilização da pesquisa.

Trata-se de uma pesquisa bibliográfica. Para tal trabalhou-se com livros e informações publicadas referentes aos arranjos, dado que isto é assunto que é abordado nesta pesquisa.

Para a coleta de dados foram usados manuais, revistas científicas abordando o assunto sobre arranjos, artigos científicos, etc. Para tal, teve que estudar-se e analisar-se sobre os arranjos, trabalhar-se com arranjos que envolvem sequências de números, formar-se outras sequências idênticas, fazer-se a subtração entre as sequências que formam os números, e assim é que levou-se estes dados para seu estudo.

Para o estudo deste problema, teve como origem a investigação dos números primos.

Na tentativa de estudar os números primos como a dedução do seu termo geral, suas propriedades, fez com que abrisse espaço para estudar outra propriedade envolvendo mais números, não só primos.

Ou seja, durante a análise dos números primos, pensou-se o seguinte: *o que acontece com números primos se trocarmos de lugar os seus algarismos e efetuar a subtração entre os números formados?* Por exemplo, consideremos o número primo 61. Em seguida troquemos algarismos do mesmo número e calculemos a sua diferença entre os números que surgem. Isto é, de 61 temos 16. Calculando a diferença entre eles temos: $61 - 16 = 45$. Observando o resultado da diferença que é 45, podemos ver que é múltiplo de 9. Esta propriedade, quando testada para demais números como todos aos naturais e inteiros, verificou-se que o valor resultante sempre é múltiplo de 9. Daí que houve a preocupação de estudar os números através de arranjos.

Portanto, esta pesquisa que fala sobre *subtração múltipla de nove em arranjos*, vem abordar e explicar o que acontece quando, a partir de dado um número com algarismos, por exemplo, $K = k_1k_2k_3k_4 \ldots$, se formam sequências constituídas por todos os elementos do número K e depois é feita a subtração entre os números correspondentes às sequências. Ou seja, depois de formar um número com todos os algarismos do número e outro também com todos os algarismos do mesmo número, isto é, arranjo dos n elementos do número K tomados n a n, $A(n, n)$, com a finalidade de formar outros números não necessariamente sequências distintas, para saber o que acontece depois de feita a diferença entre eles.

1.2Subtração múltipla de nove em arranjos

Consideremos os números nos casos a seguir.

$M_1 = 07$ permutando os algarismos fica $M_2 = 70$.

$N_1 = 02$ permutando os algarismos teremos $N_2 = 20$.

$O_1 = 11781$ permutando os algarismos tem-se $O_2 = 11718$.

$P_1 = 456$ uma das suas permutações é $P_2 = 645$.

$Q_1 = 53074$ uma das suas permutações é $Q_2 = 05374$.

Calculando a diferença dos números permutados dos seus algarismos obteremos:

$D_1: M_1 - M_2 = 07 - 70 = -63.$

$D_2: N_1 - N_2 = 02 - 20 = -18.$

$D_3: O_1 - O_2 = 11781 - 11718 = 63.$

$D_4: P_1 - P_2 = 456 - 645 = -189.$

$D_5: Q_1 - Q_2 = 53074 - 05374 = 47700.$

Observando as diferenças anteriores podemos dizer que $D_1 = -63$, $D_2 = -18$, $D_3 = 63$, $D_4 = -189$ e $D_5 = 47700$.

Decompondo as diferenças em fatores, constata-se que em todas elas têm um fator comum que é 9. Isto é: $D_1 = -9 \cdot 7$, $D_2 = -9 \cdot 2$, $D_3 = 9 \cdot 7$, $D_4 = -9 \cdot 21$ e $D_5 = 9 \cdot 5300$.

Todas as diferenças resultaram de permutações de números com o mesmo número de algarismos. Designemos por n ao número de algarismos dos números permutados. Mas nos casos os números têm seu determinado número de algarismos. Ou seja, na primeira diferença temos uma permutação de dois algarismos, na segunda, também dois algarismos, na terceira diferença temos cinco algarismos, na quarta diferença temos três algarismos e na quinta temos cinco algarismos.

Desta forma, para n sendo o número de algarismos dos números permutados, vamos considerar $A(n, n)$ como sendo o arranjo de n elementos tomados n a n, pois permutação de n é o mesmo que dizer $A(n, n)$.

Desta forma, dos exemplos anteriores, para a primeira diferença, $A_1(n, n)$ fica como sendo o primeiro arranjo, $A_2(n, n)$ fica como o segundo arranjo. Uma vez que os números permutados para este caso têm dois algarismos, $n = 2$, isto é, $A_1(n, n) = A_1(2,2)$ e $A_2(n, n) = A_2(2,2)$.

Neste caso, para $07 - 70 = -63$, vamos ter $A_1(2,2) - A_2(2,2) = -9 \cdot 7$.

Para $11781 - 11718 = 63$, vamos ter $A_1(5,5) - A_2(5,5) = 9 \cdot 7$.

Para $456 - 645 = -189$, vamos ter $A_1(3,3) - A_2(3,3) = -9 \cdot 21$.

Nestas diferenças escritas em factores, nota-se que o 9 multiplica por um número inteiro. Nestes últimos três exemplos os números naturais são 7, 7 e 21 estão associados aos números $-1, 1$ e -1, respetivamente. Assim, estes números naturais vamos representá-los por p.

Assim, ao invés de termos apenas A_1 e A_2, podemos ter $A_3, A_4, A_5, A_6, \dots, A_x, \dots., A_y$. Tendo em consideração que n é o número de algarismos do número no qual os seus algarismos são feitos os arranjos, tem-se:

$$A_x(n,n) - A_y(n,n) = \pm 9p, \forall p \in \mathbb{N}_0.$$

Mas porque estamos a falar de múltiplos de nove, e que este múltiplo não pode ser número negativo, então a subtração $A_x(n,n) - A_y(n,n)$ deve ser expressa em seu valor absoluto. Vamos determinar apenas o valor absoluto da expressão, isto é, $|A_x(n,n) - A_y(n,n)|$. Assim, podemos enunciar a proposição seguinte:

> Dado um número inteiro $K = A_x(n,n) = k_1k_2k_3k_4k_5k_6 \dots k_n$, com n algarismos, para k_i sendo algarismo, se formar-se um número $L = A_y(n,n) = k_5k_2k_nk_4k_1k_6 \dots k_3$ com os mesmos algarismos, que se diferenciam apenas pela ordem, então
>
> $$\boldsymbol{|A_x(n,n) - A_y(n,n)| = 9p, \forall p \in \mathbb{N}_0}.$$

Esta proposição é a que refere a ***subtração múltipla de nove em arranjos.*** 1205

Da proposição anterior, se $|A_x(n,n) - A_y(n,n)| = 0$, tem-se

$$\boldsymbol{A_x(n,n) = A_y(n,n), p = 0}.$$

Exemplo: $A_x(n,n) = 1233$ e $A_y(n,n) = 1233 \Longrightarrow 1233 - 1233 = 0$.

Anteriormente fizemos exemplos para números naturais. Tendo em consideração que a proposição é valida para números inteiros relativos, teremos o exemplo a seguir.

Exemplo: $z = -301523, n = 6, A_x(6,6) = -310523,\ A_y(6,6) = -315023$.

De $|A_x(n,n) - A_y(n,n)|$, vamos ter

$|-310523 - (-315023)| = |-310523 + 315023| = 45000 = 9 \cdot 5000$.

Desde que os arranjos sejam feitos em apenas algarismos sem mexer o sinal $+$ ou $-$.

De acordo com a subtração múltipla de nove, a expressão $|A_x(n,n) - A_y(n,n)|$ é divisível por 9, quer dizer $\frac{|A_x(n,n) - A_y(n,n)|}{9} = p$, sendo p um número natural incluindo o zero.

Com a diferença múltipla de nove em arranjos, podemos dizer que dado um conjunto de números, por exemplo $C = \{3, 5, 7, 8, 9\}$, formando números com algarismos dos números do mesmo conjunto, fazendo a sua permutação e determinando a sua diferença, obteremos um múltiplo de nove. Isto é, formemos número levando os números do conjunto C, por exemplo 5783, efetuando a permutação dos algarismos teremos 5378 calculando a sua diferença entre eles, teremos $5783 - 5378 = 405$. Pela regra do noves-fora, $4 + 0 + 5 = 9$, mostra que é múltiplo de nove.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização desta pesquisa remete a um contexto mais abrangente no que se refere aos múltiplos de nove. Os múltiplos de nove, para além de serem verificados através apenas da soma dos algarismos do número, também podem ser produzidos, como é o caso desta pesquisa, num contexto em que os seus algarismos podem ser permutados.

Ainda mais, a pesquisa remete-nos a um contexto em que os múltiplos de nove vão além da análise combinatória, fato no qual foi verificado através da permutação dos algarismos do número.

A subtração múltipla de nove, trás um pensamento através do qual os múltiplos de nove podem ser produzidos por uma regra prática envolvendo uma operação, neste caso a subtração. Conforme o trabalho, a realização desta pesquisa conduziu a uma igualdade através da qual explica como encontrar os múltiplos de nove a partir de qualquer número inteiro aplicando a permutação, a subtração, até mesmo o conceito de módulos.

Para dado qualquer número inteiro, se permutados os seus algarismos e calcular-se a subtração entre dois números que surgem, o número resultante sempre é múltiplo de nove. Caso a diferença entre os números resultantes da permutação for zero, o número que substitui o múltiplo de nove também é zero. A pesquisa explica que caso a diferença entre os números resultantes da permutação for zero, então os números permutados formam sequências iguais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, António J.; NALHUNGO, Casimiro. *As maravilhas da matemática 6a classe.* [s.ed]. Maputo: Plural Editores, 2004.

BEZERRA, Nazaré. *Análise Combinatória e Probabilidade.* 1ed. Belém: editaed, 2018. E-book.

LACAVA, Alana Godoy; COSTA, David António. *A prova dos nove e o caso da "Arithmetica Primaria" de Cezar Pinheiro*, 2016. Disponível em: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjx99nS_fP4AhVZPA%2F%2Frepositorio.ufsc.br%2Fbitstream%2Fhandle%2F123456789%2F166107%2PB.pdf%3Fsequence%3D1%26isAllowed%3Dy&usg=AOvVawoISmFAtsRBGP8p-e4ZqgH4 Acesso em: 14 de maio de 2022.

NACARATO, Adair Mendes et al. *Tópicos de Ensino de Matemática*. Campinas: Delta Xis, 1990.

ONUCHIC, Lurdes De La Rosa; BOTTA, Luciene Souto. *Reconceitualizando as quatro operações fundamentais.* Revista de Educação Matemática. São Paulo. Ano 6. No 4, p.19-26. 1998.

VASCONCELOS, Cleiton Batista; ROCHA, Manoel Americo. *Análise Matemática e Probabilidade.* 3a ed. Ceará: EDUECE, 2019. E-book.

SILVA, Bruno França Marques Da. *Múltiplos e divisores: importantes ferramentas no ensino médio*. 2014, 59p (Mestrado em Matemática), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Norte Fluminense, Norte Fluminense, 2014. Disponível em: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjBp9iO_PP4AhWKScAKHf_3D4cQFnoECAQQAQ&url=https%3A%2F%2Fuenf.br%2Fposgraduacao%2Fmatematica%2Fwpcontent%2Fuploads%2Fsites%FrancaMarquesSilva.pdf&usg=AOvVaw1tw8AiogmDTFu3PcnvH8.Acesso em: 13 de junho de 2022.