

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA NO ENSINO DE SISTEMAS LINEARES: UMA ABORDAGEM SOBRE A DINÂMICA DA DENGUE

MATHEMATICAL MODELING AS A STRATEGY IN THE TEACHING OF LINEAR SYSTEMS: AN APPROACH TO DENGUE DYNAMICS

LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO ESTRATEGIA EM LA ENSEÑANZA DE SISTEMAS LINEALES: UM ENFOQUE SOBRE LA DINÁMICA DEL DENGUE

João Paulo de Oliveira Bueno¹
Vando Narciso²

RESUMO: Este artigo apresenta um recurso educacional voltado para o Ensino Médio, explorando a Modelagem Matemática como estratégia para o ensino de Sistemas Lineares e Funções. A proposta utiliza a epidemia de dengue em Dourados-MS como tema gerador, transpondo conceitos complexos de Equações Diferenciais para uma linguagem acessível através da analogia do 'balde furado'. O recurso inclui o uso de simulações em Python, permitindo que os estudantes investiguem o impacto de medidas de controle sobre o Número Básico de Reprodução (R_0). Espera-se que essa abordagem favoreça uma aprendizagem mais dinâmica e contextualizada, conforme defendido por Bassanezi (2002), conectando o rigor matemático aos desafios reais da saúde pública.

1

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Sistemas Lineares. Python na Educação. Dengue.

ABSTRACT: This article presents an educational resource aimed at high school education, exploring Mathematical Modeling as a strategy for teaching Linear Systems and Functions. The proposal uses the dengue epidemic in Dourados-MS as a generating theme, transposing complex concepts of Differential Equations into an accessible language through the 'leaky bucket' analogy. The resource includes the use of Python simulations, allowing students to investigate the impact of control measures on the Basic Reproduction Number (R_0). This approach is expected to promote more dynamic and contextualized learning, as advocated by Bassanezi (2002), connecting mathematical rigor to the real challenges of public health.

Keywords: Mathematical Modeling. Linear Systems. Python in Education. Dengue.

¹Formado em matemática licenciatura pela UEMS, com Pós-graduação em Educação Especial e Inclusiva pela UNIMINAS, atualmente concluindo o Mestrado PROFMAT pela UEMS. Atualmente é professor da rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul, SED/MS.

²Graduação em Matemática Licenciatura Plena pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (1999), graduação em Letras Licenciatura Plena pelo Centro Universitário da Grande Dourados (1998), especialização em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (2002), mestrado em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (2003) e Doutorado em Matemática pelo ICMC-USP, São Carlos -SP (2010). Professor efetivo da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Trabalha na área de Análise com Equações Diferenciais Parciais.

RESUMEN: Este artículo presenta un recurso educativo dirigido a la educación secundaria, explorando la Modelización Matemática como estrategia para la enseñanza de Sistemas Lineales y Funciones. La propuesta utiliza la epidemia de dengue en Dourados-MS como tema generador, transponiendo conceptos complejos de Ecuaciones Diferenciales a un lenguaje accesible a través de la analogía del 'balde perforado'. El recurso incluye el uso de simulaciones en Python, lo que permite a los estudiantes investigar el impacto de las medidas de control sobre el Número Básico de Reproducción (R_0). Se espera que este enfoque fomente un aprendizaje más dinámico y contextualizado, tal como defienden Bassanezi (2002), vinculando el rigor matemático con los desafíos reales de la salud pública.

Palabras clave: Modelización Matemática. Sistemas Lineales. Python en la Educación. Dengue.

INTRODUÇÃO

A dengue configura-se como um dos desafios mais persistentes da saúde pública em países de clima tropical e subtropical, apresentando elevada capacidade de disseminação e recorrentes surtos epidêmicos. Este cenário agravou-se drasticamente em 2024, período em que o Brasil enfrentou um surto de magnitude sem precedentes, caracterizado como a pior epidemia de dengue da história nacional. Segundo Florenzano et al. (2024), a expansão acelerada da doença e o volume crítico de notificações mostram que o país ingressou em um novo ciclo epidemiológico de grande impacto, o que reforça a urgência no uso de ferramentas matemáticas para compreender a dinâmica de transmissão em cenários de alta virulência. Como observam Assunção et al. (2025), essa sazonalidade e expansão exigem modelos capazes de capturar a complexidade da interação entre o vetor *Aedes aegypti* e o hospedeiro humano.

No município de Dourados-MS, a recorrência de episódios epidêmicos e a adaptação do vetor ao ambiente urbano consolidam a região como um habitat ideal para a circulação viral, exigindo estratégias que auxiliem na compreensão dos mecanismos de transmissão. Diante desse panorama, a Modelagem Matemática apresenta-se como um instrumento relevante para a investigação de fenômenos epidemiológicos, possibilitando a formulação de hipóteses e a interpretação de cenários de controle ou propagação. De acordo com Brauer e Castillo-Chavez (2012), os sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) fornecem a estrutura adequada para o estudo de propriedades fundamentais, como a estabilidade das soluções e o comportamento assintótico das populações infectadas.

Entretanto, transpor esse rigor técnico para a Educação Básica representa um desafio pedagógico. Como preconizado pelo Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), deve contemplar um recurso

educacional com potencial para contribuir com a prática docente em sala de aula. Este artigo propõe, portanto, uma sequência didática voltada para o Ensino Médio, realizando a transposição didática de conceitos de sistemas dinâmicos para conteúdos curriculares de Sistemas de Equações, Matrizes e Funções, em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A fundamentação pedagógica desta proposta ancora-se na visão de Bassanezi (2002), que defende que o interesse pela Matemática se desenvolve com mais facilidade quando movido por estímulos externos vindos do "mundo real". Para tornar acessível o estudo das taxas de variação — conceito central das EDOs, mas raramente explorado no Ensino Médio — o recurso utiliza a analogia do "balde furado" e o ambiente de programação Python como laboratório virtual. O objetivo final é que o estudante compreenda a Matemática não como um conjunto de fórmulas abstratas, mas, nas palavras de Stewart (2009), como a aplicação mais importante do cálculo para analisar fenômenos que surgem no processo de modelagem da realidade.

FUNDAMENTAÇÃO PEDAGÓGICA: A MODELAGEM NO ENSINO E APRENDIZAGEM

A base teórica deste recurso educacional encontra respaldo na Modelagem Matemática, compreendida como um processo dinâmico que utiliza a Matemática para investigar e compreender situações da realidade. Conforme sustentam Brauer e Castillo-Chavez (2012), a modelagem de sistemas biológicos demonstra aos estudantes a utilidade genuína das ferramentas matemáticas na resolução de problemas do mundo real. Ao adotar a dengue como tema gerador, o professor não apenas apresenta um conteúdo, mas aproxima a disciplina do cotidiano do aluno, favorecendo a aprendizagem e o desenvolvimento de uma consciência crítica frente aos desafios da saúde pública.

Nesta perspectiva, a Matemática deixa de ser vista como um mero conjunto de regras abstratas e passa a funcionar como uma ferramenta conceitual para organizar e estruturar observações da realidade. O ato de modelar o comportamento de uma epidemia permite extrair a essência do fenômeno — a interação humano-vetor — e formalizá-la em um contexto que privilegia os mecanismos fundamentais do processo, abstraindo variáveis secundárias para concentrar a análise nos fatores de transmissão e remoção.

A transposição didática aqui proposta alinha-se às competências da BNCC, especialmente no que tange à habilidade de modelar e resolver problemas que envolvam

variáveis socioambientais e econômicas. Conquanto o sistema de EDOs seja tradicionalmente um tópico do Ensino Superior, sua lógica qualitativa é perfeitamente integrável ao Ensino Médio. Segundo Bassanezi (2002), o entendimento de sistemas dinâmicos complexos na educação básica pode prescindir do formalismo algébrico rigoroso, sendo viabilizado por meio de aproximações geométricas e computacionais que evidenciam o comportamento das variáveis.

Dessa forma, a analogia do "balde furado" funciona como uma ponte cognitiva crucial: ela traduz as taxas instantâneas de variação em um fluxo visual de entrada (transmissão) e saída (recuperação e mortalidade), permitindo que o estudante explore o conceito de estabilidade e o indicador R_0 (Número básico de Reprodução) sem a necessidade imediata de técnicas formais de resolução de Equações Diferenciais. O foco pedagógico, portanto, desloca-se da resolução técnica isolada para a capacidade de interpretar como alterações nos parâmetros epidemiológicos afetam o destino de uma comunidade, consolidando a Matemática como uma linguagem de investigação social e científica.

PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS E METODOLOGIA

4

Título da Atividade: Investigando a Matemática da Dengue: Do Balde Furado ao R_0 .

Público-alvo: Estudantes do 2º e 3º ano do Ensino Médio.

Duração estimada: 3 a 4 aulas (50 minutos cada).

Objetivos:

Compreender a aplicação de Sistemas Lineares e Matrizes em problemas reais.

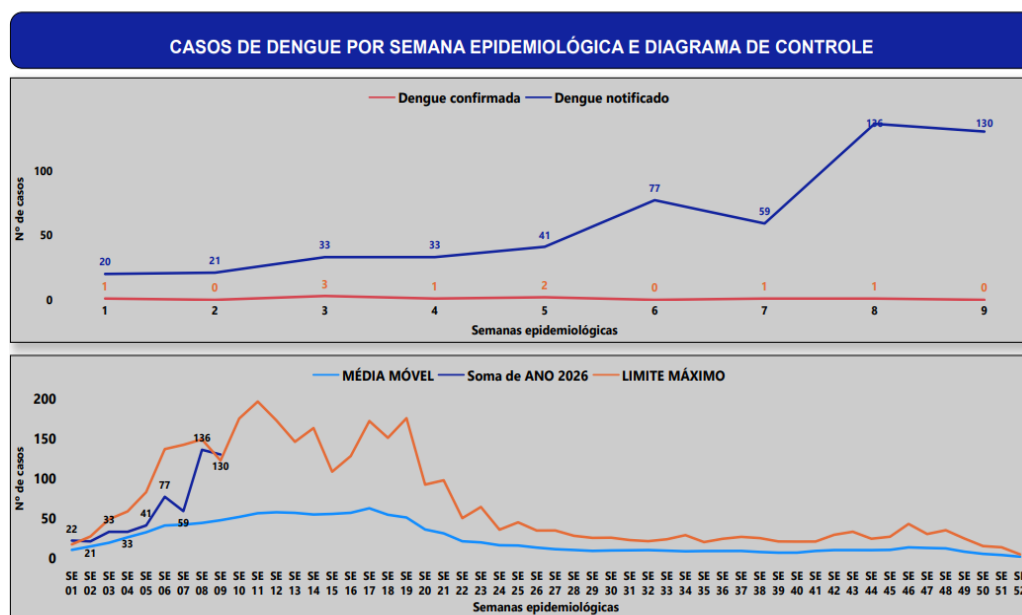
Interpretar taxas de variação através da Modelagem Matemática.

Utilizar simulações em Python como ferramenta de investigação científica.

1ª Etapa: Contextualização e Levantamento de Hipóteses (A "Torneira" e o "Furo")

O professor inicia a aula apresentando os dados epidemiológicos de Dourados-MS, utilizando a Figura 1 para ilustrar o crescimento dos casos registrados ao longo das semanas de monitoramento em 2026.

Figura 1 - Casos de dengue por semana epidemiológica em Dourados em 2026



Fonte: Secretaria Municipal de Saúde de Dourados (2026).

A Analogia do Balde Furado: Para tornar as EDOs acessíveis, utiliza-se a analogia visual de dois baldes interligados (Humanos e Mosquitos).

A Torneira (Entrada): Representa as taxas de transmissão (β_h e β_m), que "enchem" o balde de infectados.

O Furo (Saída): Representa os mecanismos de remoção, como a recuperação humana (γ) e a mortalidade do mosquito (μ), que "esvaziam" o balde.

Desafio aos alunos: O que acontece se a "torneira" for mais forte que o "furo"? E se aumentarmos o tamanho do furo (intensificando o controle vetorial ou reduzindo a exposição aos mosquitos)?

2ª Etapa: Formalização Matemática (Sistemas e Matrizes)

Nesta fase, o professor traduz a analogia para a linguagem formal da matemática, conectando o problema aos conteúdos de Sistemas Lineares e Matrizes previstos na BNCC.

O Sistema de Proporções: Apresenta-se o sistema linearizado onde $x(t)$ é a proporção de humanos infectados e $y(t)$ a de mosquitos:

$$\frac{dx}{dt} = \beta_h y - \gamma x,$$

$$\frac{dy}{dt} = \beta_m x - \mu y.$$

Embora a dinâmica real da transmissão da dengue seja descrita por um sistema intrinsecamente não linear — devido aos termos que representam o contato direto e o produto entre as populações de humanos e mosquitos — a adoção da linearização em torno do ponto de equilíbrio livre da doença ($E_0 = (0,0)$) é uma estratégia matemática fundamental. Essa abordagem fundamenta-se no Teorema de Hartman-Grobman, que garante que o comportamento qualitativo local do sistema não linear é preservado na vizinhança de um ponto de equilíbrio hiperbólico. Do ponto de vista analítico, esse processo contorna a complexidade de se obter soluções explícitas para sistemas não lineares, permitindo a aplicação de ferramentas clássicas da Álgebra Linear, como o estudo de autovalores e autovetores, para determinar a estabilidade do sistema. No contexto deste recurso educacional, a linearização é o que viabiliza a transposição didática, permitindo conectar um fenômeno biológico complexo aos conteúdos curriculares de Matrizes e Sistemas Lineares previstos para o Ensino Médio.

6

Representação Matricial: Os alunos devem organizar os coeficientes do sistema na forma de uma matriz A , conforme estudado em Álgebra Linear:

$$A = \begin{pmatrix} -\gamma & \beta_h \\ \beta_m & -\mu \end{pmatrix}$$

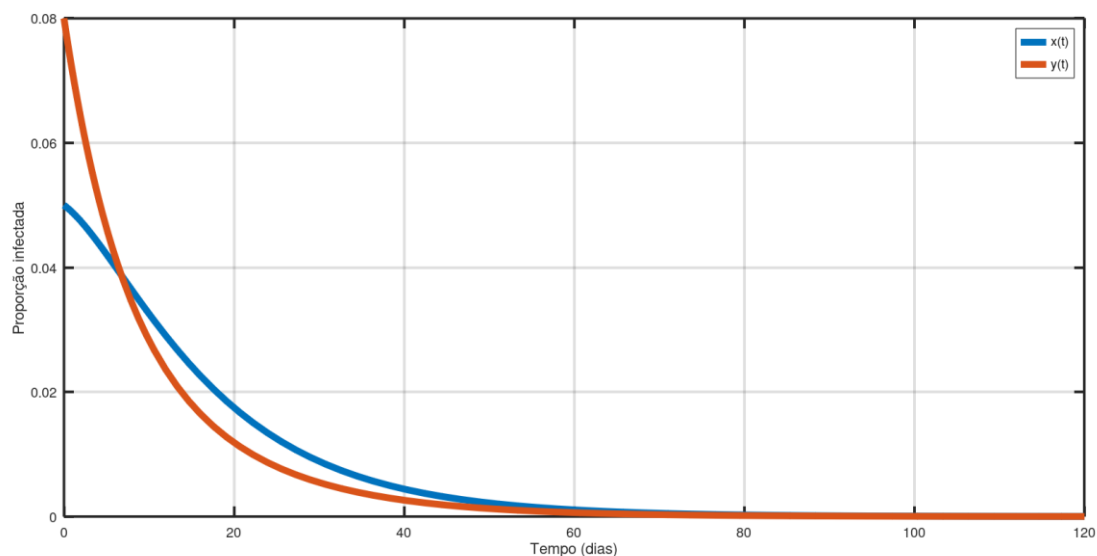
Discussão Técnica: Explica-se que a diagonal principal $(-\gamma, -\mu)$ representa a "saída" (furo) e os termos fora da diagonal (β_h, β_m) representam a "entrada" (torneira).

3ª Etapa: Laboratório Virtual (Simulações em Python)

Propõe-se a utilização do ambiente IDLE do Python para testar os cenários desenvolvidos na atividade, atuando como "pesquisadores" que manipulam uma realidade virtual.

Experimento 1 (Cenário Controlado): Inserem-se os parâmetros do Cenário 1 ($\beta_h = 0,05$; $\beta_m = 0,04$; $\gamma = 0,10$; $\mu = 0,14$). A simulação permitirá aos estudantes observarem no gráfico (Figura 2) a convergência para zero ($E_0 = (0,0)$), caracterizando a estabilidade do sistema e o controle da doença ($R_0 < 1$).

Figura 2 - Evolução temporal das proporções infectadas ($R_0 < 1$).

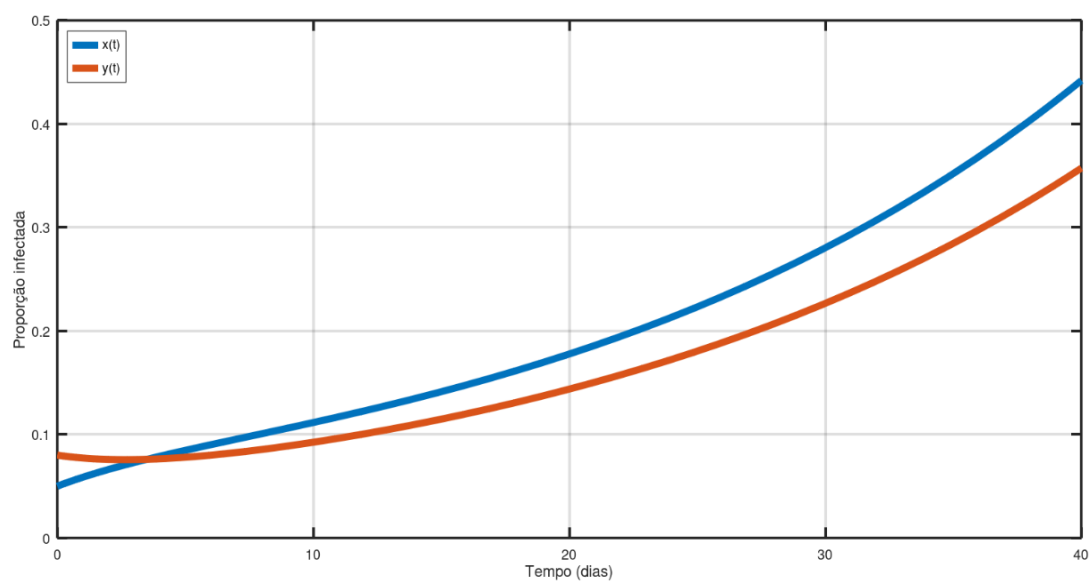


Fonte: Elaborado pelo autor

Experimento 2 (Cenário de Surto): Alteram-se as taxas de transmissão para o Cenário 2 ($\beta_h = 0,18$; $\beta_m = 0,15$). Espera-se que os estudantes observem no gráfico (Figura 3) um crescimento exponencial, sinalizando a instabilidade do equilíbrio livre de doença e a propagação da epidemia ($R_0 > 1$).

7

Figura 3 - Evolução Temporal das proporções infectadas no cenário 2



Fonte: Elaborado pelo autor

4ª Etapa: Discussão e Tomada de Decisão

A aula termina com um debate sobre políticas públicas baseado nos resultados matemáticos.

O indicador R_0 : Os alunos devem calcular o R_0 utilizando a fórmula:

$$R_0 = \sqrt{\frac{\beta_h \beta_m}{\gamma \mu}}$$

para ambos os cenários.

Pensamento Crítico: "Quais ações em Dourados-MS poderiam reduzir β_m (taxa de transmissão para o mosquito) ou aumentar μ (mortalidade do mosquito) para que o R_0 volte a ser menor que 1?".

DISCUSSÃO: DO MODELO À TOMADA DE DECISÃO

A interpretação dos resultados produzidos pelas simulações no contexto da saúde pública em Dourados-MS permite que os estudantes compreendam a utilidade pragmática da Matemática. Nesta seção, o foco desloca-se da resolução técnica para a análise crítica do indicador R_0 , que atua como o limiar decisório entre o controle e o surto epidêmico.

8

O R_0 como Guia para Intervenções Sociais

Conforme demonstrado na análise de estabilidade, a condição de extinção da doença ($\beta_h \beta_m < \gamma \mu$) é matematicamente equivalente a manter o $R_0 < 1$. No contexto escolar, essa desigualdade deve ser interpretada como um balanço de forças. De acordo com Brauer e Castillo-Chavez (2012), a análise de estabilidade fornece critérios essenciais para prever se a infecção persistirá ou desaparecerá de uma população.

Para transpor esse conceito ao contexto prático da sala de aula, as simulações do Cenário 2 devem inserir o estudante no centro da resolução de problemas. Diante de um surto epidêmico, cabe a eles atuarem como gestores de saúde, propondo intervenções que alterem os parâmetros do sistema para retornar ao estado de estabilidade do Cenário 1. Dessa forma, espera-se que a mediação pedagógica conduza o público-alvo a duas frentes principais de ação:

Reduzir as Taxas de Transmissão (β_h e β_m): Intervenções como a eliminação de criadouros, o uso de telas e repelentes, e campanhas de conscientização impactam diretamente a probabilidade de infecção durante o contato humano-vetor.

Aumentar a Taxa de Mortalidade do Mosquito (μ): O controle vetorial químico (inseticidas) ou biológico visa reduzir o tempo de vida médio do mosquito, aumentando o "escoamento" do balde infectado antes que a transmissão ocorra.

Matemática, Cidadania e Pensamento Crítico

A discussão deve enfatizar que o crescimento exponencial observado nas notificações de Dourados-MS em 2026 (Figura 1) é a manifestação física de um sistema onde a "torneira" da transmissão superou a capacidade de remoção dos "furos". Como aponta Bassanezi (2002), a modelagem só é completa quando os resultados retornam interpretados na linguagem do fenômeno real.

Essa abordagem favorece o desenvolvimento do que a BNCC (2018) define como a capacidade de modelar e resolver problemas complexos que envolvem variáveis socioambientais. Ao manipular o código em Python e observar a inversão da curva de crescimento para decaimento, o estudante percebe que a Matemática é um "instrumento intelectual capaz de sintetizar ideias camufladas em um emaranhado de variáveis" (Bertone; Bassanezi; Jafelice, 2014, p. 20), tornando-se base fundamental para decisões que impactam a vida em sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração e a proposta de aplicação deste recurso educacional sugerem que a Modelagem Matemática, quando articulada a temas de urgência social como a epidemia de dengue em Dourados-MS, atua como um poderoso catalisador para a superação da abstração excessiva no ensino de funções e sistemas lineares. Conforme preconizado por Bassanezi (2002), a transição do "mundo real" para o formalismo matemático permitiu que conceitos de nível superior, como as EDOs, pudessem ser transpostos para o currículo da Educação Básica por meio da analogia do "balde furado".

O uso do ambiente Python como laboratório virtual apresenta potencial para atuar como elemento modernizador da prática docente, transformando o estudante de um espectador

passivo de fórmulas em um investigador ativo de cenários epidemiológicos. Ao manipular parâmetros e observar a estabilidade ou instabilidade das soluções, o aluno desenvolve o que a BNCC (2018) define como letramento científico, compreendendo que o indicador R_0 não é meramente uma expressão algébrica, mas um limiar crítico para a tomada de decisões em políticas públicas de saúde.

Esta abordagem dialoga diretamente com os objetivos do PROFMAT ao integrar o rigor da análise de estabilidade com uma proposta didática aplicável e contextualizada, demonstrando o impacto direto da pesquisa acadêmica na melhoria do ensino de Matemática. Conclui-se que o equilíbrio entre os mecanismos de transmissão e remoção, investigado qualitativamente neste trabalho, oferece aos professores uma estratégia eficaz para ensinar que a Matemática é, essencialmente, um instrumento de interpretação e transformação da realidade social.

Como perspectivas para trabalhos futuros, sugere-se a expansão deste modelo para incluir fatores de sazonalidade e heterogeneidade espacial, aproximando ainda mais a simulação computacional das complexas variações ambientais observadas no território brasileiro.

REFERÊNCIAS

- ASSUNÇÃO, L. F. A. *et al.* Sazonalidade na incidência da dengue no Brasil nos últimos 10 anos: Uma revisão epidemiológica. **Brazilian Journal of Implantology and Health Sciences**, v. 7, n. 3, p. 129-138, mar. 2025.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2002.
- BERTONE, A. M. A.; BASSANEZI, R. C.; JAFELICE, R. S. M. **Modelagem Matemática**. Uberlândia: Instituto de Ciências Matemáticas e Computacionais, UFU, 2014. Disponível em: ufu.br. Acesso em: 26 maio 2026.
- BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: mec.gov.br. Acesso em: 28 jun. 2026.
- BRAUER, F.; CASTILLO-CHAVEZ, C. **Mathematical models in population biology and epidemiology**. 2nd ed. New York: Springer, 2012.
- DOURADOS (MS). Secretaria Municipal de Saúde. **Boletins epidemiológicos da dengue**. Dourados: Prefeitura Municipal, 2026.

FLORENZANO, B. M. *et al.* Análise comparativa do perfil epidemiológico dos casos de dengue no Brasil durante o primeiro trimestre dos anos de 2023 e 2024: um estudo ecológico. **Brazilian Journal of Implantology and Health Sciences**, v. 6, n. 8, p. 1459-1470, ago. 2024.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002. v. 2.

MARTIN, S. **Teoremas de Hartman-Grobman**: notas de aula. Campinas: IME-Unicamp, 2007.

SBM (Sociedade Brasileira de Matemática). **Critérios de Avaliação e Desempenho do Profmat (CAD-Profmat-Discentes) - Ciclo 2025-2028**. Rio de Janeiro: SBM, 2026.

STEWART, J. **Cálculo**: Volume 2. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2009.