Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação — REASE

doi.org/10.51891/rease.v12i6.27189

GENERALIZAÇÃO E JUSTIFICAÇÃO MATEMÁTICA MOBILIZADAS POR PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL EM ANGOLA

MATHEMATICAL GENERALIZATION AND JUSTIFICATION MOBILIZED BY PRE-SERVICE TEACHERS IN ANGOLA

GENERALIZACIÓN Y JUSTIFICACIÓN MATEMÁTICA MOVILIZADAS POR PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL EN ANGOLA

Américo Malenga Jamba[1]

RESUMO: Este estudo analisa como professores de Matemática em formação inicial, em Angola, mobilizam processos de generalização e justificação matemática na resolução de uma tarefa envolvendo frações. A investigação, de natureza qualitativa, envolveu 16 professores em formação inicial organizados em quatro grupos, participantes de uma sessão formativa realizada numa instituição de ensino superior angolana que forma professores. A recolha de dados incidiu sobre os registos escritos produzidos pelos grupos durante a resolução da tarefa matemática. A análise dos dados foi realizada com base em categorias definidas a priori, fundamentadas em estudos sobre generalização e justificação matemática. Os resultados evidenciam que os grupos A, B e C mobilizaram predominantemente generalizações algébricas e justificações parcialmente formais, enquanto o Grupo D revelou ausência desses processos. Os participantes demonstraram capacidade de identificar regularidades e formular relações gerais, embora ainda apresentem limitações na construção de justificações matemáticas formalmente fundamentadas. O estudo destaca a necessidade de fortalecer práticas formativas que promovam o desenvolvimento do raciocínio matemático, particularmente dos processos de generalização e justificação matemática, na formação inicial de professores de Matemática em Angola.

Palavras-chave: Generalização. Justificação matemática. Formação inicial de professores.

ABSTRACT: This study analyzes how pre-service mathematics teachers in Angola mobilize processes of mathematical generalization and justification while solving a task involving fractions. The research, qualitative in nature, involved 16 pre-service teachers organized into four groups, participating in a training session conducted at an Angolan higher education institution that prepares teachers. Data collection focused on the written records produced by the groups during the resolution of the mathematical task. Data analysis was carried out based on categories defined a priori, grounded in studies on mathematical generalization and justification. The results show that Groups A, B, and C predominantly mobilized algebraic generalizations and partially formal justifications, whereas Group D revealed an absence of these processes. The participants demonstrated the ability to identify regularities and formulate general relationships, although they still showed limitations in constructing formally grounded mathematical justifications. The study highlights the need to strengthen educational practices that promote the development of mathematical reasoning, particularly the processes of generalization and mathematical justification, in pre-service mathematics teacher education in Angola.

Keywords: Generalization. Mathematical justification. Pre-service teacher education.

[1] Discente do Doutoramento em Didática da Matemática no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa/IE-ULisboa, em Portugla, e Docente da graduação no curso de Ensino da Matemática no Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla/ISCED-Huíla, em Angola.

RESUMEN: Este estudio analiza cómo profesores de Matemáticas en formación inicial, en Angola, movilizan procesos de generalización y justificación matemática en la resolución de una tarea sobre fracciones. La investigación, de naturaleza cualitativa, contó con la participación de 16 futuros profesores organizados en cuatro grupos, participantes de una sesión formativa realizada en una institución angoleña de educación superior dedicada a la formación de profesores. La recolección de datos se centró en los registros escritos producidos por los grupos durante la resolución de la tarea matemática. El análisis de los datos se realizó a partir de categorías definidas a priori, fundamentadas en estudios sobre generalización y justificación matemática. Los resultados evidencian que los grupos A, B y C movilizaron predominantemente generalizaciones algebraicas y justificaciones parcialmente formales, mientras que el Grupo D presentó ausencia de estos procesos. Los participantes demostraron capacidad para identificar regularidades y formular relaciones generales, aunque todavía presentan limitaciones en la construcción de justificaciones matemáticas formalmente fundamentadas. El estudio destaca la necesidad de fortalecer prácticas formativas orientadas al desarrollo del razonamiento matemático, particularmente de los procesos de generalización y justificación matemática, en la formación inicial del profesorado de Matemáticas en Angola.

Palabras clave: Razonamiento matemático. Generalización. Justificación matemática. Formación inicial del profesorado.

INTRODUÇÃO

A compreensão das frações constitui um elemento fundamental na formação matemática, uma vez que este conceito está presente em diferentes contextos do quotidiano e sustenta aprendizagens posteriores em diversos domínios da Matemática, como proporcionalidade, álgebra, funções e probabilidade. Apesar da sua relevância, as frações são frequentemente apontadas na literatura como um dos conteúdos matemáticos que apresenta maiores dificuldades de aprendizagem, tanto para alunos quanto para professores em formação inicial. Essas dificuldades decorrem, em muitos casos, da complexidade conceptual associada às diferentes interpretações das frações, como parte-todo, razão, operador, quociente e medida, bem como da tendência de os estudantes recorrerem a procedimentos mecânicos sem compreensão das relações matemáticas subjacentes. Nesse contexto, torna-se fundamental promover experiências formativas que permitam aos futuros professores desenvolver uma compreensão mais profunda das frações, articulando o domínio conceptual com processos de raciocínio matemático, particularmente a generalização e a justificação matemática.

Nas últimas décadas, observa-se um interesse crescente pelo raciocínio matemático em diferentes contextos educacionais, evidenciado em documentos curriculares internacionais, como os produzidos pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2007). Esses documentos reconhecem o raciocínio matemático como uma dos componentes centrais das experiências matemáticas dos alunos desde os primeiros níveis de escolaridade (Brunheira L e Ponte JP, 2019). Neste sentido, torna-se fundamental criar oportunidades para que professores em formação inicial participem de tarefas matemáticas que promovam a mobilização de processos de raciocínio matemático, como no caso da generalização e da justificação, pois, Canavarro AP, et al. (2021) e NCTM (2007) defendem que o raciocínio matemático pode ser desenvolvido por meio de experiências formativas.

Neste estudo, foi proposta a quatro grupos de professores em formação inicial uma tarefa que envolve frações, originalmente concebida para alunos do ensino secundário. A tarefa foi utilizada como instrumento para analisar os processos de generalização e justificação mobilizados pelos professores em formação inicial, proporcionando-os um momento de desenvolvimento do próprio conhecimento matemático e de compreender, de forma mais situada, os possíveis caminhos percorridos por alunos do ensino secundário durante a sua resolução. Assim, este artigo tem como objetivo analisar como professores de Matemática em formação inicial, em Angola, mobilizam processos de generalização e justificação matemática na resolução de uma tarefa que envolve frações.

REFERENCIAL TEÓRICO

Raciocinar não é apenas uma atividade mental restrita à Matemática, uma vez que diferentes situações da atividade humana, como as ciências e as práticas profissionais do quotidiano, exigem constantemente processos de raciocínio (Ponte JP, 2022). O raciocínio matemático é entendido como a capacidade de estabelecer relações, formular conjecturas, justificar ideias e produzir conclusões fundamentadas (Mata-Pereira J e Ponte JP, 2017; Oliveira P, 2008; Ponte JP, 2022). O raciocínio matemático constitui um conceito amplamente discutido na literatura da Educação Matemática e envolve "processos mentais complexos em que intervêm elementos, fortemente imbricados, de natureza lógica, matemática, epistemológica, biológica, psicológica e até emocional" (Oliveira P, 2008, p. 8). Relativamente ao raciocínio matemático, verificam-se dois campos fundamentais, que complementam-se, nomeadamente os tipos e os processos. Os tipos de raciocínio matemático incluem a indução, a dedução e a abdução (Jeannotte D e Kieran C, 2017; Ponte JP, 2022). Quanto aos processos de raciocínio matemático, segundo as autoras Jeannotte D e Kieran C (2017), incluem processos relacionados à validação, tais como generalizar, conjeturar, identificar padrões, comparar e classificar; processos relacionados à validação, como justificar, e provar; e processos relacionados à exemplificação, que são propriamente os exemplos. Os autores Ponte JP, et al. (2012), consideram dois processos de raciocínio matemático como centrais, apontando primeiro a generalização, que se assenta na indução, e a justificação, que tem como suporte a abdução. Segundo Menezes L (2004), os processos de generalização e justificação são componentes

ISSN: 2675-3375

essenciais do raciocínio matemático, uma vez que permitem ao sujeito construir relações mais amplas e validar matemáticamente suas conclusões.

Generalização

Para Lannin J, et al. (2011), a generalização envolve duas atividades fundamentais: identificar elementos comuns em diferentes casos e estender afirmações para além do contexto em que foram inicialmente produzidas. De acordo com Radford (2006), as generalizações matemáticas podem apresentar diferentes formas de sofisticação, variando desde empíricas até compreensões estruturais. Portanto, o processo de generalizar é fundamental em Matemática quando pretendemos fazer afirmações gerais sobre propriedades, conceitos ou procedimentos (Mata-Pereira J & Ponte JP, 2017).

Justificação matemática

A justificação matemática refere-se aos procedimentos utilizados para sustentar conclusões matemáticas. Segundo Balacheff N (1988), justificar significa apresentar argumentos que validem matemáticamente uma afirmação. Para Lannin J, et al. (2011), uma justificação válida corresponde a uma sequência lógica de afirmações sustentadas em conhecimentos matemáticos previamente aceites, conduzindo a uma conclusão fundamentada. Nesse sentido, Brunheira L e Ponte JP (2019) afirmam que uma justificação matemática deve utilizar linguagem geral que demonstre aplicabilidade para além de casos particulares. Para estes autores, na justificação matemática, ainda que exemplos possam ser utilizados como suporte argumentativo, devem assumir um caráter genérico. A justificação pode incluir processos como a redução ao absurdo, em que a validade de uma afirmação decorre da impossibilidade lógica da sua negação (Lannin J, et al., 2011). Para Stylianides A (2007), as justificações podem assumir diferentes formas, variando desde argumentos empíricos até demonstrações mais rigorosas. Deste modo, considera-se a justificação como um processo central para que as afirmações sejam matemáticamente validadas (Mata-Pereira J & Ponte JP, 2017).

As discussões teóricas sobre os processos de generalização e justificação evidenciam que estes podem manifestar-se em diferentes formas de sofisticação matemática. No caso da generalização, estudos de Lannin J, et al. (2011), Radford L (2006) e Mata-Pereira J e Ponte JP (2017) mostram que os alunos podem produzir generalizações baseadas apenas na observação de regularidades empíricas, recorrer a representações algébricas ou mobilizar relações estruturais subjacentes às situações matemáticas. Do mesmo modo, no âmbito da justificação matemática, autores como Balacheff N (1988), Stylianides A (2007), bem como Bruneira L e Ponte JP (2019), evidenciam que as justificações podem variar desde verificações empíricas até formas mais elaboradas e formalmente estruturadas de argumentação matemática. Com base nesses contributos teóricos, o presente estudo adotou categorias analíticas relativas aos processos de generalização e justificação matemática, utilizadas posteriormente na análise dos dados. Tais categorias constituem uma sistematização teórica construída a partir da literatura especializada e adaptada ao objetivo deste investigação.

Formação inicial

Em Angola, a formação inicial de professores de Matemática ocorre, geralmente, em instituições de ensino superiores de formação de professores, com destaque para os Institutos Superiores de Ciências da Educação (ISCED), e as Escolas Superiores Pedagógicas (ESP). Apesar dos esforços de expansão e consolidação do ensino superior, a formação inicial de professores de Matemática em Angola ainda reflete desafios vindos do contexto histórico e social, e que influenciam o desenvolvimento profissional. Relativamente à organização curricular e às práticas de formação, a literatura revela dificuldades na articulação entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico-didático. Estudos como o de Quitembo ADJ (2010), destaca que, na formação inicial, o enfoque tende a privilegiar conteúdos matemáticos de forma desarticulada das práticas de ensino, limitando o desenvolvimento de competências essenciais. Algumas investigações mais recentes sobre a formação inicial de professores de Matemática, em Angola, realçam lacunas no domínio do conhecimento didático sobre conteúdos matemáticos fundamentais, como números e operações, bem como desigualdades na qualidade da formação entre diferentes instituições que formam professores de matemática para o ensino secundário (Joaquim AAJ, et al., 2025). Estes estudos sugerem a necessidade de uma formação inicial mais integrada, reflexiva e contextualizada, que promova o desenvolvimento do conhecimento matemático e profissional do futuro professor de Matemática.

No contexto angolano ainda não foram identificados estudos que incidam explicitamente sobre o desenvolvimento de processos de raciocínio matemático dos alunos do ensino secundário e de professores em formação inicial. Assim, estudar como os professores angolanos em formação inicial mobilizam a generalização e a justificação matemática em tarefas que envolvem frações torna-se essencial para compreender aspectos relevantes do desenvolvimento profissional docente. O presente estudo procura justamente preencher essa lacuna, oferecendo evidências empíricas do contexto angolano, contribuindo para o corpo de conhecimentos sobre formação inicial de professores, em particular no que diz respeito a processos de raciocínio matemático.

MÉTODOS

Contexto do estudo

A investigação é de natureza qualitativa (Creswell JW & Poth CN, 2017), e ocorreu com estudantes do 2.º ano da Licenciatura em Ensino da Matemática, em Angola, numa instituição de ensino superior que forma futuros professores. A sessão foi conduzida pelo autor deste artigo, tendo como foco: (1) aprofundar a compreensão dos professores em formação inicial sobre o raciocínio matemático, valorizando os seus processos, fundamentalmente de generalização e justificação; (2) proporcionar um momento de desenvolvimento do próprio conhecimento matemático e de compreender, de forma mais situada, os possíveis caminhos percorridos por alunos do ensino secundário durante a sua resolução. Na presente sessão participaram 16 professores de Matemática em formação inicial para o ensino secundário de Angola (7.ª à 12.ª classe), organizados em quatro grupos de quatro elementos cada.

Recolha de dados

A recolha de dados incidiu sobre os registos escritos dos quatro grupos de professores em formação inicial ao responderem uma tarefa que envolve frações. A questão da tarefa tinha como intenção levar os participantes a mobilização de processos de raciocínio matematico, fundamentalmente a generalização e a justificação, e consistia no seguinte: Quando é que a soma de duas frações com o mesmo denominador é maior que a unidade? Justifique a sua resposta.

Procedimentos de análise de dados

A análise dos dados centrou-se na mobilização dos processos de raciocínio matemático em referência no presente estudo, isto é, a generalização e a justificação. A categorização adotada neste estudo resulta de uma sistematização teórica inspirada nos trabalhos de Lannin J, et al. (2011), Mata-Pereira J e Ponte JP (2017), bem como de Stylianides A (2007).

Para a generalização, considerou-se as seguintes categorias: (i) Generalização empírica, quando é baseada na observação de casos particulares e na identificação de regularidades sem explicitação estrutural; (ii) Generalização algébrica, quando é baseada na utilização de símbolos, variáveis ou expressões matemáticas para representar relações gerais; (iii) Generalização estrutural, quando é baseada nas propriedades e relações matemáticas subjacentes às situações analisadas e; (iv) Generalização ausente, quando não há evidências suficientes deste processo de raciocínio matemático.

Para a justificação, considerou-se as seguintes categorias de análise: (i) Justificação empírica, quando é baseada na verificação de exemplos particulares; (ii) Justificação parcialmente formal, baseada na utilização de explicações matemáticas coerentes, embora sem rigor dedutivo formal; (iii) Justificação formal, quando apresentam-se argumentos logicamente estruturados e fundamentados em propriedades matemáticas e; (iv) Justificação ausente, quando a resposta consiste apenas numa conclusão sem explicação, sem exemplos, sem argumentos, sem propriedades ou relações matemáticas mobilizadas. A Tabela 1 apresenta de forma sintética essa categorização e respetiva classificação."

Tabela 1. Categorias da análise dos dados

Processo de raciocínio matemático	Categoria de análise	Característica
Generalização	Estrutural	Baseada em propriedades e relações matemáticas.
	Algébrica	Uso de símbolos e expressões gerais.
	Empírica	Baseada em exemplos e regularidades observadas.
	Ausente	Não apresenta regularidade, relação geral ou apresenta resposta incoerente.
Justificação	Formal	Argumentação dedutiva fundamentada.
	Parcialmente formal	Explicações coerentes sem rigor formal.
	Empírica	Verificação por exemplos particulares / verificação numérica.
	Ausente	Não apresenta argumentos, explicações ou validação matemática

RESULTADOS

As generalizações e justificações mobilizadas pelo Grupo A

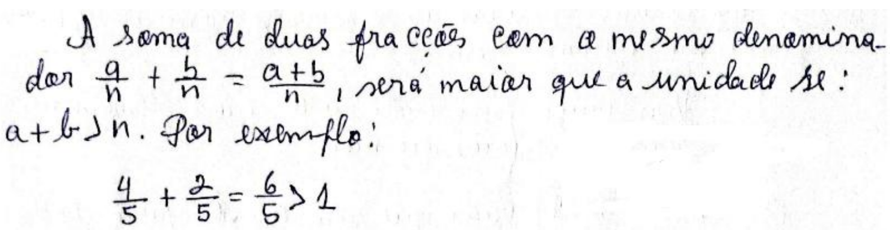
A resolução apresentada pelo Grupo A (Figura 1) evidencia um raciocínio matemático centrado na identificação de uma relação geral entre numeradores e denominadores de frações homogêneas. Observa-se, inicialmente, uma tentativa de generalização da situação proposta

ISSN: 2675-3375

quando o grupo diz que a soma de duas frações com o mesmo denominador será maior que a unidade se, no caso, a soma dos seus numeradores for maior que o denominador. Na produção escrita do grupo, ainda que o raciocínio não seja formalmente desenvolvido, o grupo ultrapassa a análise de casos particulares e recorrem a símbolos para representar uma relação válida em termos gerais. Nesse sentido, a generalização mobilizada é considerada uma generalização algébrica, uma vez que o grupo utiliza variáveis e expressões matemáticas para descrever a condição geral em que a soma de duas frações homogêneas excede a unidade.

No que se refere ao processo de justificação matemática, além da resolução do grupo incorporar elementos de justificação empírica (verificação numérica), a resolução apresenta predominantemente uma justificação parcialmente formal, na medida em que o grupo explica matemáticamente a condição geral para que a soma seja maior que a unidade, articulando uma relação lógica entre os elementos envolvidos. A expressão "será maior que a unidade se: a+b>n" constitui uma justificativa coerente, pois estabelece explicitamente o critério matemático necessário para validar a afirmação. Contudo, essa argumentação não é desenvolvida a partir de propriedades formais ou demonstrações dedutivas mais rigorosas, limitando-se à explicação direta da condição encontrada. Assim, o processo de justificação do grupo A é considerada parcialmente formal.

Figura 1. Resolução do Grupo A


A soma de duas fracções com o mesmo denominador $\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$, será maior que a unidade se: $a+b>n$. Por exemplo:

$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} > 1$

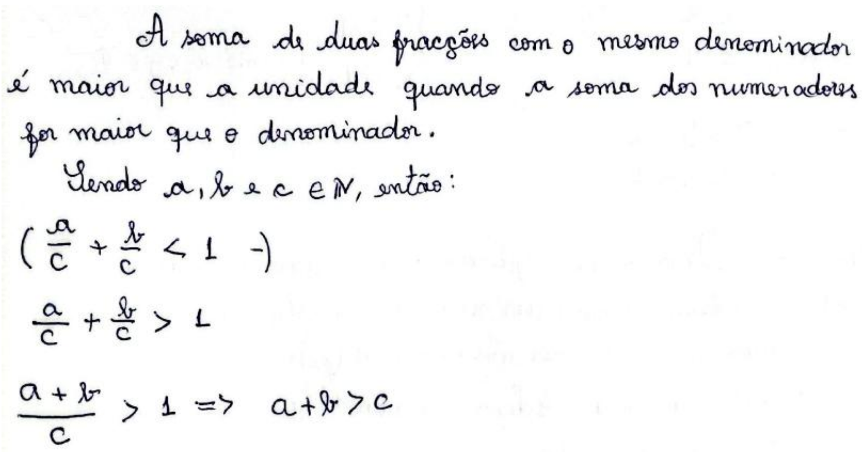
As generalizações e justificações mobilizadas pelo Grupo B

Na resolução apresentada (Figura 2), o grupo identifica uma regularidade geral válida para qualquer fração homogênea, ultrapassando a simples observação de exemplos particulares. A utilização posterior das expressões simbólicas evidencia uma generalização algébrica, pois o grupo recorre a variáveis e expressões matemáticas para representar a situação de forma generalizada. Diferentemente de uma resposta puramente verbal, o grupo mobiliza linguagem algébrica para expressar relações gerais entre os elementos da fração.

No que se refere à justificação matemática, há, portanto, uma explicação matemática logicamente organizada, sustentada em relações entre numerador e denominador. Entretanto, a argumentação ainda não assume um caráter plenamente dedutivo e formalizado, pois o grupo não explicita propriedades matemáticas ou axiomas que fundamentem rigorosamente a equivalência utilizada. A resolução do grupo evidencia predominantemente uma justificação parcialmente formal, pelo que o grupo constroe uma sequência argumentativa coerente.

Um aspecto relevante da produção do Grupo B é a ausência de exemplos numéricos particulares. Isso indica que o grupo não depende da verificação empírica para sustentar a validade da conclusão, privilegiando antes uma explicação de natureza geral. Tal característica revela um raciocínio matemático em que a validade da afirmação é sustentada pela estrutura da relação algébrica estabelecida e não apenas pela confirmação em casos específicos.

Figura 2. Resolução do Grupo B

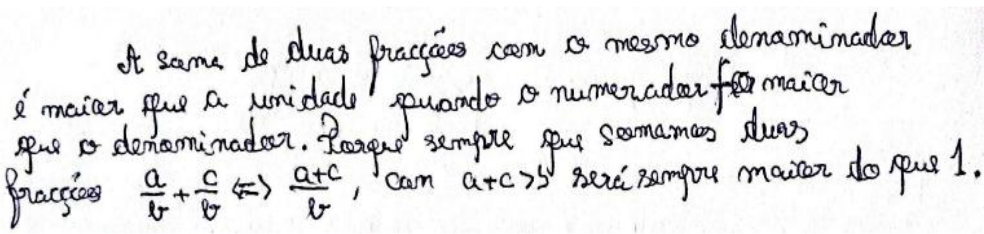


As generalizações e justificações mobilizadas pelo Grupo C

A resolução apresentada pelo Grupo C (Figura 3) evidencia um raciocínio matemático centrado na compreensão da relação entre numerador e denominador em frações homogêneas. Inicialmente, o grupo afirma que: “A soma de duas fracções com o mesmo denominador é maior que a unidade quando o numerador for maior que o denominador.” O sentido matemático do argumento torna-se mais claro ao longo da explicação subsequente. A resposta revela uma generalização algébrica, na medida em que o grupo utiliza representações simbólicas para expressar a relação geral entre as frações. O uso de letras para representar quantidades quaisquer demonstra que o grupo procura formular uma regra válida para todos os casos de frações com denominadores iguais, ultrapassando formas de simples verificação empírica.

No processo de justificação matemática, a explicação apresentada pelo grupo procura sustentar logicamente a afirmação geral, sobretudo quando afirmam: "Porque sempre que somamos duas fracções $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b}$, com $a + c > b$ será sempre maior do que 1." Essa formulação revela uma argumentação coerente e matemáticamente articulada, baseada nas relações entre os elementos da fração. O uso da expressão "porque" indica claramente a intenção de justificar a conclusão apresentada. Entretanto, embora exista uma sequência argumentativa consistente, a justificativa ainda não alcança plenamente caraterísticas de uma justificação formal, pelo que se considera uma justificação parcialmente formal. Isso ocorre porque o grupo não explicita propriedades matemáticas ou demonstrações dedutivas rigorosas que sustentem a equivalência estabelecida. O símbolo "⇔" é utilizado para indicar a transformação da soma das frações em uma única fração, mas sem explicitação formal das propriedades operatórias envolvidas. Assim, a argumentação permanece no âmbito de uma explicação matemática coerente, porém sem rigor dedutivo completo. Na justificação o grupo não recorre tambem a verificção numérica de casos particulares, o que sugere que o grupo procura fundamentar sua resposta diretamente em relações gerais e propriedades matemáticas, afastando-se de uma justificação empírica.

Figura 3. Resolução do Grupo C

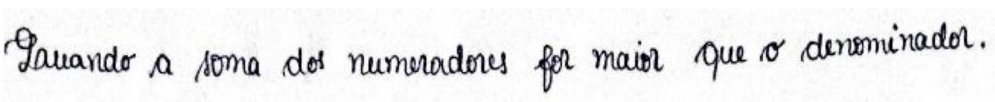

A soma de duas fracções com o mesmo denominador é maior que a unidade quando o numerador for maior que o denominador. Porque sempre que somamos duas fracções $\frac{a}{b}+\frac{c}{b} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b}$, com $a+c>b$ será sempre maior do que 1.

As generalizações e justificações mobilizadas pelo Grupo D

A produção escrita (Figura 4), revela que o Grupo D limitou-se a afirmar, em resposta à questão da tarefa, que, tal acontece "quando a soma dos numeradores for maior que o denominador.". Nesta afirmação do grupo, observa-se, inicialmente, uma tentativa de generalização da situação proposta. Porém, do ponto de vista dos critérios que definem este processo de raciocínio matemático, não revela, como tal, uma generalização. A resposta do grupo limita-se no estabelecimento de uma hipótese, sem o acompanhamento de alguma forma de validação. O grupo parece reconhecer uma regularidade associada à soma de frações homogêneas, identificando que a relação entre numeradores e denominador determina se a soma é ou não maior que a unidade. Contudo, essa regularidade é apresentada apenas em linguagem verbal, sem a utilização de exemplos e regularidades observadas, representações algébricas ou explicitação das propriedades matemáticas envolvidas, para a sua validação e possivel generalizão para mais casos. A ausência de expressões de qualquer formulação geral simbólica indica que o raciocínio matemático do grupo permanece em um estado que não se aproxima de uma generalização. Neste caso, para este Grupo D considera-se uma generalização ausente.

Quanto ao processo de justificação matemática, a resposta praticamente não evidencia uma argumentação matemática desenvolvida. Não há apresentação de exemplos particulares, manipulações algébricas ou explicações que sustentem a afirmação realizada. Desse modo, a resposta do Grupo D revela a mobilização desses processos de raciocínio matemático ainda incipiente, marcado pela ausencia de uma generalização e de uma justificação, processos envolvidos na questão da tarefa. De modo semelhante, a justificação deste grupo D é considerada ausente.

Figura 4. Resolução do Grupo D


Quando a soma dos numeradores for maior que o denominador.

DISCUSSÃO

Os resultados do presente estudo evidenciam diferenças nos modos de mobilização dos processos de raciocínio matemático entre os quatro grupos de professores em formação inicial, particularmente no que se refere aos processos de generalização e justificação matemática. De modo geral, observa-se que os grupos A, B e C alcançaram formas parcialmente estruturadas de desenvolvimento desses processos, enquanto o Grupo D apresentou fragilidades mais acentuadas, revelando ausência de generalização e de justificação matemática.

Tabela 2. Comparação dos dois tipos de generalização mobilizados pelos grupos

Grupo	Evidências principais	Categoria de generalização
A	Uso de variáveis e expressão geral $a + b > n$	Algébrica
B	Formulação geral com variáveis e transformação simbólica $\frac{a+b}{c} > 1 \Rightarrow a + b > c$	Algébrica
C	Uso de expressões simbólicas gerais $(\frac{a}{b} + \frac{c}{b} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b})$	Algébrica
D	Resposta verbal sem validação ou estrutura matemática.	Ausente

Os dados da Tabela 2 mostram que três dos quatro grupos conseguiram mobilizar formas de generalização algébrica. Esse resultado sugere que os participantes possuem alguma capacidade de representar relações matemáticas gerais por meio de símbolos e expressões algébricas, aspecto apontado por Lannin J, et al. (2011) como fundamental nos processos de generalização matemática. Os grupos A, B e C ultrapassaram a simples descrição verbal de casos particulares, utilizando letras e relações simbólicas para expressar condições gerais válidas para diferentes situações envolvendo frações homogêneas.

Entretanto, embora os três grupos tenham alcançado formas de raciocínio parcialmente estruturadas, verificam-se diferenças qualitativas importantes entre as suas produções. O Grupo B apresentou maior sofisticação estrutural ao organizar uma sequência lógica envolvendo desigualdades e transformação algébrica, aproximando-se mais de uma compreensão estrutural do conceito de fração. O Grupo C, por sua vez, demonstrou compreender a relação entre numerador e denominador, mas com menor rigor simbólico. Já o Grupo A articulou a generalização com apoio adicional de exemplos numéricos, evidenciando um raciocínio ainda parcialmente apoiado em verificações empíricas.

Esses resultados corroboram as ideias de Radford (2006), segundo o qual os processos de generalização apresentam diferentes formas de sofisticação cognitiva, transitando de mais empíricas para formas mais estruturais. Embora os grupos A, B e C tenham mobilizado linguagem algébrica, as suas produções ainda não revelam plenamente uma generalização estrutural consolidada, pois as propriedades matemáticas envolvidas não foram explicitadas com rigor formal.

O desempenho do Grupo D revela um aspecto particularmente relevante do estudo. Apesar de o grupo identificar parcialmente a relação correta entre numeradores e denominador, sua resposta não apresentou elementos suficientes para caracterizar um processo efetivo de generalização. A ausência de exemplos, representações simbólicas ou explicitação de propriedades matemáticas impossibilita reconhecer a mobilização de um raciocínio generalizador. Esse resultado evidencia que identificar intuitivamente uma regularidade não implica necessariamente capacidade de generalização matemática, conforme defendem Mata-Pereira J e Ponte JP (2017), ao afirmarem que generalizar envolve produzir afirmações gerais sustentadas matemáticamente.

No que se refere aos processos de justificação matemática, os resultados revelam igualmente diferenças importantes entre os grupos, conforme sintetizado na Tabela 3.

Tabela 3. Comparação dos tipos de justificação matemática mobilizados pelos grupos

Grupo	Evidências principais	Categoria da justificação
A	Explicação matemática baseadas em relações algébricas e com apoio a verificação numérica.	Parcialmente formal
B	Sequência argumentativa lógica sem exemplos empíricos.	Parcialmente formal
C	Argumentação baseada em relações algébricas gerais.	Parcialmente formal
D	Sem argumentos ou validação matemática.	Ausente

Os resultados da Tabela 3 evidenciam que os grupos A, B e C mobilizaram predominantemente justificações parcialmente formal, caracterizadas pela presença de explicações matemáticas coerentes, ainda que sem rigor dedutivo formal. Esses resultados aproximam-se das discussões de Stylianides A (2007), segundo as quais as justificações matemáticas podem situar-se desde verificações empíricas até demonstrações rigorosas.

Os grupos analisados demonstraram capacidade de produzir argumentos matemáticos coerentes, particularmente ao relacionarem a soma dos numeradores com o denominador comum das frações. Contudo, nenhum dos grupos explicitou propriedades matemáticas formais ou desenvolveu demonstrações dedutivas completas. Isso sugere que os participantes conseguem construir argumentos matemáticos plausíveis, mas ainda apresentam limitações no desenvolvimento de justificações formalmente fundamentadas.

O Grupo A diferenciou-se por recorrer simultaneamente à argumentação algébrica e à verificação numérica, revelando coexistência entre justificação empírica e parcialmente formal. Esse resultado reforça as ideias de Balacheff N (1988), segundo as quais muitos estudantes utilizam exemplos particulares como mecanismo inicial de validação matemática. Embora a verificação empírica possa desempenhar um papel importante na construção do raciocínio, ela não garante, por si só, a validade geral de uma afirmação matemática.

Os grupos B e C revelaram formas mais avançadas de justificação, sobretudo pela ausência de dependência de exemplos numéricos. Ambos procuraram sustentar a validade da afirmação diretamente por meio de relações algébricas gerais. Esse aspecto é particularmente relevante, pois evidencia uma transição de formas empíricas de validação para formas mais abstratas de argumentação matemática. Conforme defendem Brunheira L e Ponte JP (2019), uma justificação matemática mais sofisticada requer precisamente a utilização de linguagem geral e argumentos aplicáveis para além de casos particulares. Entretanto, mesmo os grupos B e C não foram capazes de alcançara uma justificação formal. A ausência de explicitação de propriedades matemáticas, axiomas ou demonstrações dedutivas rigorosas evidencia limitações importantes no domínio da argumentação matemática formal. Esse resultado torna-se particularmente significativo considerando que os participantes são futuros professores de Matemática. Conforme destaca Ponte JP (2022), o desenvolvimento do raciocínio na formação inicial exige oportunidades sistemáticas de discussão, argumentação e validação matemática.

O caso do Grupo D evidencia fragilidades mais profundas no desenvolvimento do raciocínio matemático. A ausência simultânea de generalização e justificação sugere dificuldades não apenas na validação matemática, mas também na própria organização do pensamento matemático em termos gerais. Esse resultado reforça preocupações já identificadas em estudos sobre formação inicial de professores em Angola, particularmente no que se refere às lacunas existentes na articulação entre conhecimento matemático e práticas de argumentação (Quitembo ADJ, 2010; Joaquim AAJ, et al., 2025).

Os resultados sugerem que a mobilização de formas mais estruturadas de generalização e justificação matemática não ocorre espontaneamente, exigindo experiências formativas sistemáticas centradas na argumentação, validação e discussão matemática.

De forma global, os resultados do estudo indicam que os professores em formação inicial que participaram da investigação conseguem mobilizar formas de generalização algébrica e justificações parcialmente formais. Contudo, também revelam limitações importantes na construção de argumentações matemáticas mais rigorosas e estruturalmente fundamentadas. Esses resultados sugerem a necessidade de fortalecer, nos cursos de formação inicial de professores de Matemática em Angola, práticas formativas que promovam explicitamente a generalização, e validação matemática. Nesse sentido, os resultados corroboram as recomendações do NCTM (2007), Canavarro AP, et al. (2021) e Ponte JP (2022), ao enfatizarem que o desenvolvimento do raciocínio matemático requer experiências formativas investigativas e reflexivas, nas quais os futuros professores sejam desafiados não apenas a resolver tarefas matemáticas, mas também a justificar, explicar e validar matemáticamente as suas conclusões.

CONCLUSÃO

O presente estudo teve como objetivo analisar como professores de Matemática em formação inicial, em Angola, mobilizam processos de generalização e justificação matemática na resolução de uma tarefa envolvendo frações. Os resultados evidenciaram que os participantes apresentam formas diferenciadas de mobilização desses processos, predominando formas de generalização algébrica e justificações parcialmente formais.

Os resultados evidenciam que os grupos A, B e C conseguiram mobilizar processos de generalização e justificação matemática, predominantemente em formas parcialmente estruturadas, revelando capacidade de identificar relações gerais e de construir explicações matemáticas coerentes. Contudo, as produções ainda apresentam limitações ao nível da formalização e da fundamentação dedutiva dos argumentos matemáticos. Entre os grupos, destacam-se os grupos B e C, cujas respostas revelaram maior consistência na utilização de relações algébricas gerais e menor dependência de verificações empíricas. Por outro lado, o Grupo D apresentou maiores fragilidades na mobilização do raciocínio matemático, não evidenciando elementos suficientes de generalização nem de justificação matemática. A ausência de argumentação, validação ou representação matemática sugere dificuldades na organização e sustentação formal do pensamento matemático.

Os resultados do estudo sugerem que os professores em formação inicial participantes possuem conhecimentos matemáticos que lhes permitem identificar regularidades e formular relações gerais em tarefas que envolvem frações. Contudo, persistem limitações no desenvolvimento de formas mais avançadas de raciocínio matemático, especialmente no domínio da argumentação e da justificação formal. Esses resultados reforçam a necessidade de práticas formativas que promovam explicitamente processos de generalização e validação matemática durante a formação inicial de professores.

Nesse contexto, considera-se fundamental que os cursos de formação inicial em Angola proporcionem experiências formativas centradas na resolução, discussão e análise de tarefas matemáticas que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio matemático. Tais experiências podem contribuir não apenas para o aprofundamento do conhecimento matemático dos futuros professores, mas também para o desenvolvimento de competências profissionais relacionadas à explicação, argumentação e validação matemática no ensino.

Por fim, o estudo contribui para o campo da Educação Matemática no contexto angolano ao oferecer evidências empíricas sobre a mobilização de processos de raciocínio matemático por professores em formação inicial, área ainda pouco explorada no país. Além disso, os resultados abrem possibilidades para futuras investigações sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático em diferentes níveis de ensino e em distintos contextos de formação de professores.

REFERÊNCIAS

BALACHEFF N. Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In: PIMM D, editor. Mathematics, teachers and children. London: Hodder and Stoughton, 1988; p. 216-235.

BRUNHEIRA L, PONTE JP. Justificando Generalizações Geométricas na Formação Inicial de Professores dos Primeiros Anos. Bolema, 2019; 33(63): 88-108.

CANAVARRO AP, et al. Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico. DGE-ME, 2021; 320 p.

CRESWELL JW, POTH CN. Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches. 4th ed. SAGE Publications, 2017; 459 p.

JEANNOTTE D, KIERAN C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educational Studies in Mathematics, 2017; 96(3): 1-16.

JOAQUIM AAJ, et al. Pedagogical content knowledge for teaching numbers and operations: A study with prospective teachers. Millenium – Journal of Education, Technologies, and Health, 2025; 2(27): 40933.

LANNIN J, et al. Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in grades Pre-K–8. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2011; 129 p.

MATA-PEREIRA J, PONTE JP. Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. Educational Studies in Mathematics, 2017; 96(2): 169-186.

MENEZES L. Investigar para ensinar matemática: contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores. Tese (Doutoramento em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004; 398 p.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Princípios e normas para a matemática escolar. Lisboa: APM - Associação de Professores de Matemática, 2007; 426 p.

OLIVEIRA P. O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. Educação e Matemática, 2008; 100.

PONTE JP. Introdução. In: GTI, editor. Raciocínio matemático e formação de professores. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2022; p. 1-6.

PONTE JP, et al. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. Praxis Educativa, 2012; 7(2): 355-377.

QUITEMBO ADJ. A formação de professores de Matemática no Instituto Superior de Ciências de Educação em Benguela – Angola: Um estudo sobre o seu desenvolvimento. Tese (Doutoramento em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010; 398 p.

RADFORD L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: ALATORRE S, et al., editors. Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mérida: PME-NA, 2006; p. 2-21.

STYLIANIDES AJ. Proof and proving in school mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 2007; 38(3): 289-321.