Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação — REASE

doi.org/10.51891/rease.v12i5.26245

# ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA O TRATAMENTO DA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS A UMA INCÓGNITA

## METHODOLOGICAL ALTERNATIVE FOR TEACHING THE SOLUTION OF QUADRATIC EQUATIONS WITH ONE UNKNOWN

## ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS CON UNA INCÓGNITA

**Boaventura Beleza dos Santos Nolasco**[1]
**Manuel José Capó Vianja**[2]
**Inácio Miguel Gabriel**[3]

RESUMO: O presente trabalho surge da identificação de insuficiências no processo de ensino e aprendizagem das Equações Quadráticas, especialmente no que se refere ao domínio dos métodos tradicionais de resolução por parte dos agentes do processo de ensino e aprendizagem, nomeadamente, os professores, os alunos e toda a comunidade observada. Considerando as exigências atuais do ensino, caracterizadas por novos desafios pedagógicos, desenvolveu-se uma investigação de natureza descritiva com o objetivo de apresentar a todos os intervenientes uma técnica metodológica alternativa para o tratamento da resolução de Equações Quadráticas a uma incógnita. A problemática central assenta-se na limitação de estratégias diversificadas que facilitem a compreensão e aplicação desse conteúdo matemático. O trabalho apresentado visa oferecer aos agentes do ensino e da aprendizagem uma nova abordagem de resolução, permitindo-lhes maior autonomia na escolha do método que melhor lhes convém, além de contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. O estudo fundamenta-se ainda em trabalhos anteriores que abordam métodos de resolução e ensino das Equações Quadráticas, reforçando a necessidade de inovação metodológica no contexto educativo.



**Palavras-Chave:** Alternativa. Equações Quadráticas. Resolução.

ABSTRACT: This work arises from the identification of shortcomings in the process of teaching and learning Quadratic Equations, especially regarding the mastery of traditional solving methods by the agents of the teaching and learning process, namely teachers, students, and the entire observed community. Considering the current demands of education, characterized by new pedagogical challenges, a descriptive investigation was developed with the aim of presenting to all participants an alternative methodological technique for handling the resolution of Quadratic Equations with one unknown. The central problem is based on the limitation of diversified strategies that facilitate the understanding and application of this mathematical content. The presented work aims to offer the agents of teaching and learning a new problem-solving approach, allowing them greater autonomy in choosing the method that best suits them, in addition to contributing to the. Improvement of the teaching and learning process. The study is also based on previous works that address methods of solving and teaching Quadratic Equations, reinforcing the need for methodological innovation in the educational context.

**Keywords**: Alternative. Quadratic Equations. Solving.

[1]PhD.Instituto Superior Politécnico do Bengo (ISPB) - Presidente, Angola; Instituto Superior de Ciências da Educação da Huíla (ISCED), Angola.
[2]Mestre em Ensino da Matemática, Professor do Instituto Politécnico da Huíla (IPH), Angola
[3]Professor do Instituto Politécnico da Huíla (IPH), Angola.

RESUMEN: El presente trabajo surge de la identificación de insuficiencias en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Ecuaciones Cuadráticas, especialmente en lo que se refiere al dominio de los métodos tradicionales de resolución por parte de los agentes del proceso de enseñanza y aprendizaje, a saber, los profesores, los alumnos y toda la comunidad observada. Considerando las exigencias actuales de la enseñanza, caracterizadas por nuevos desafíos pedagógicos, se desarrolló una investigación de naturaleza descriptiva con el objetivo de presentar a todos los involucrados una técnica metodológica alternativa para el tratamiento de la resolución de Ecuaciones Cuadráticas con una incógnita. La problemática central se basa en la limitación de estrategias diversificadas que faciliten la comprensión y aplicación de este contenido matemático. El trabajo presentado tiene como objetivo ofrecer a los agentes del enseñanza y aprendizaje un nuevo enfoque de resolución, permitiéndoles mayor autonomía en la elección del método que más les convenga, además de contribuir para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje. El estudio se fundamenta además en trabajos anteriores que abordan métodos de resolución y enseñanza de las Ecuaciones Cuadráticas, reforzando la necesidad de innovación metodológica en el contexto educativo.

**Palabras clave:** Alternativa. Ecuaciones Cuadráticas. Resolución.

## 1 – INTRODUÇÃO

Ao longo do processo de ensino e aprendizagem (PEA), desenvolvido pelos seus principais intervenientes, nomeadamente professores e alunos, evidenciam-se aspetos tanto positivos quanto negativos que influenciam a qualidade da construção do conhecimento. Nesse contexto, todo trabalho investigativo orienta-se por objetivos bem definidos, que funcionam como elementos norteadores da ação do pesquisador.



Assim, o presente estudo insere-se no tema "Alternativa Metodológica para o Tratamento da Resolução de Equações Quadráticas a uma Incógnita (Vianja, 2023)", tendo como propósito fundamental propor uma abordagem alternativa para a resolução deste tipo de equações. Tal iniciativa justifica-se pelo fato de muitos alunos apresentarem dificuldades no domínio dos métodos tradicionais, tais como a decomposição fatorial, o complemento do quadrado e a fórmula resolvente. Deste modo, pretende-se disponibilizar uma nova estratégia que permita ao aluno maior autonomia na escolha do método mais adequado à sua compreensão e estilo de aprendizagem.

Importa destacar que a melhoria do processo de ensino e aprendizagem pressupõe a criação de condições favoráveis às práticas pedagógicas, envolvendo não apenas o professor e o aluno, mas também outros agentes do processo educativo. Trata-se de um campo em constante investigação e desenvolvimento, que busca responder às exigências da formação integral do indivíduo, promovendo o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais.

Com base na experiência profissional de docência, na observação de práticas pedagógicas de colegas e em diálogos com docentes experientes, foi possível identificar limitações nos métodos atualmente utilizados no ensino da resolução de Equações Quadráticas. Tais constatações reforçam a necessidade de introdução de novas abordagens metodológicas que contribuam para a melhoria do processo educativo.

Neste sentido, o presente trabalho propõe uma técnica metodológica que visa facilitar e tornar mais eficaz a resolução de Equações Quadráticas a uma incógnita. Para fundamentar esta proposta, consideram-se estudos anteriores relevantes. JAMBA (2017) apresenta uma metodologia voltada à decomposição de polinómios do 2º grau em fatores lineares na 8ª classe; SILVA (2017) aborda as funções quadráticas e suas aplicações, incluindo uma contextualização histórica e o uso da fórmula resolvente; e OLIVEIRA (2018) discute diversos métodos de resolução, destacando abordagens históricas desenvolvidas por diferentes civilizações.

Os estudos mencionados constituem antecedentes importantes desta investigação, na medida em que abordam aspetos relacionados ao tema em diferentes níveis de ensino, servindo de base teórica e metodológica para a proposta aqui apresentada.

## 2 – APRESENTAÇÃO DA ALTERNATIVA PARA O TRATAMENTO DA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS A UMA INCÓGNITA



Propõe-se uma alternativa metodológica que venha contribuir para o favorecimento do tratamento da resolução de Equações Quadráticas a uma incógnita e consequentemente favorecer o desenvolvimento do pensamento lógico dos alunos.

### 2.1 – Objetivos da Alternativa

Consolidar a aprendizagem das equações do 1º grau;

Consolidar a aprendizagem das Equações do 2º Grau pelo método da fórmula resolvente, pelo método do complemento quadrático e pelo método da decomposição fatorial;
Apresentar procedimentos da nova alternativa de resolver Equações do 2º Grau.

### 2.2 – Requisitos da Alternativa

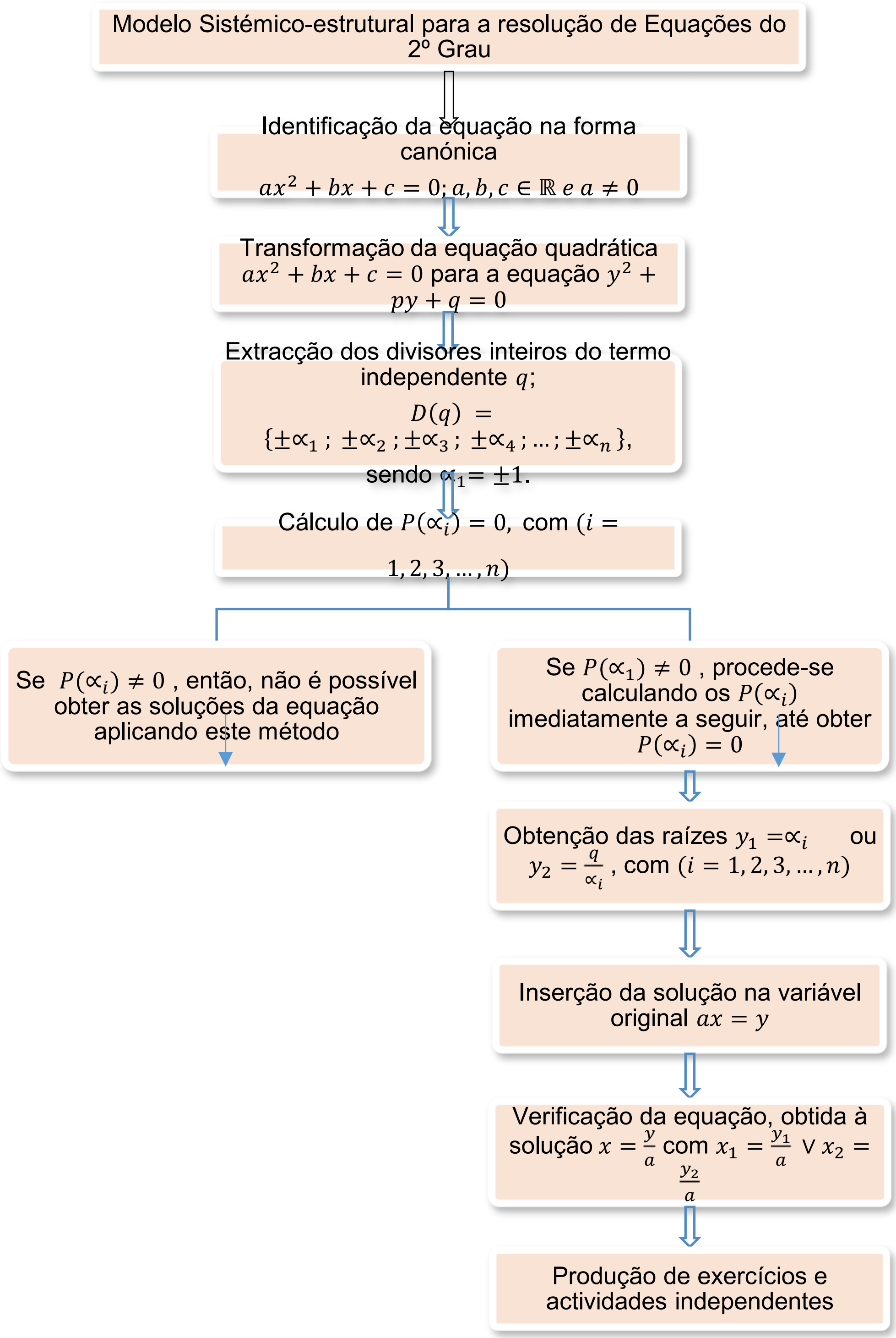
Ter o domínio das quatro operações fundamentais;

Ter o domínio da resolução de equações lineares;

Ter o domínio da resolução de Equações do 2º Grau pelos métodos da fórmula resolvente, do complemento quadrático e pela decomposição fatorial.

## 2.3 – Modelo Sistémico-Estrutural

O modelo sistémico-estrutural apresenta diferentes órgãos interligados para manifestar o tratamento das Equações Quadráticas (Galperin, 2001).



**2.4 – Alternativa Metodológica para o Tratamento de Equações Quadráticas**

A proposta visa manifestar uma série de procedimentos com vista à resolução de equações quadráticas pelo novo método. Os procedimentos se conformam com os passos que se detalham abaixo:

1º Passo: Manifestar a Equação Quadrática na sua forma canónica

$ax^2 + bx + c = 0$ ; $(a, b, c \in \mathbb{R}: a \neq 0)$ $\rightarrow$ (1)

2º Passo: Transformar a equação geral do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, numa equação do 2º grau da forma $y^2 + py + q = 0$, assim vem:

a) Multiplicar ambos os membros da equação geral $(1)$ pelo coeficiente do termo quadrático $(a)$, obtendo assim a equação na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad /\times \text{a}$$
$$(ax)^2 + b(ax) + ac = 0 \qquad \rightarrow \quad (2)$$

b) Relacionar a expressão $ax$ com $y$ pela igualdade vem:

$$ax = y \quad \Leftrightarrow \quad y = ax \qquad \rightarrow \quad (3)$$

c) Obter a nova equação pela substituição da relação $(3)$, assim vem:

$$\text{y}^2 + \text{py} + \text{q} = 0 \qquad \rightarrow \qquad (4)$$

3º Passo: Considerar o polinómio $P(y)$.

$$P(y) = y^2 + \text{py} + q \qquad \rightarrow \qquad (5)$$

4º Passo: Identificar o termo independente e extrair todos os divisores inteiros do mesmo.

Sendo $(q)$ o termo independente, então os divisores inteiros de $q$ é $D(q)$, assim:

$D(q) = \{\propto_1 ; \pm\propto_2 ; \pm\propto_3 ; \pm\propto_4 ; \dots ; \pm\propto_n\}$, com $\propto_1 = \pm 1$, isso porque $\pm 1$ é divisor de todo e qualquer número real.

5º Passo: Calcular as raízes $\propto_i : (i = 1,2,3, \dots, n)$ de $P(y)$, onde tem-se que: se $P(\propto_i) = 0$, então: $y_1 = \propto_i$ ou $y_2 = \frac{q}{\propto_i}$ $\rightarrow$ (6)

Em particular, como $(\pm 1)$ está sempre presente entre os divisores do termo independente, então, começa-se por calcular $P(-1)$ e $P(1)$

Daí que, se $P(-1) = 0 \implies y_1 = -1$ e $y_2 = \frac{q}{-1} = -q$, portanto, as soluções da equação dada sendo que $ax = y$, são: $x_1 = \frac{y_1}{a} \vee x_2 = \frac{y_2}{a}$.

Na eventualidade de $P(-1)$ ser diferente de zero, prossegue-se da mesma forma calculando $P(1)$.

Se $P(1)=0 \quad \Longrightarrow \quad y_1=1 \quad$ e $\quad y_2=\frac{q}{1}=q$ , então, as soluções da equação dada sendo que

$ax=y$ são: $x_1=\frac{y_1}{a} \quad \vee \quad x_2=\frac{y_2}{a}$. $\quad \rightarrow \quad (7)$

Assim, a expressão $(7)$ representa as soluções da equação.

5º Passo: Comprovar as raízes na equação inicial e finalmente apresentar o conjunto solução.

### 2.4.1 – Exercitação da Alternativa

Exemplo 1: $3x^2+2x-1=0$
Resolução
1ºPasso: A equação está escrita na forma canónica, isto é: $3x^2+2x-1=0$
2ºPasso:

Multiplicar ambos os membros da equação pelo coeficiente do termo quadrático, que, no caso, é $(3)$ tem-se: $(3x)^2+2(3x)-3=0$

Relacionar $3x=y$ , obtém-se:

$$y^2+2y-3=0$$

3º Passo: Considerando o polinómio P(y), vem:

$$\mathrm{P(y)}=y^2+2y-3$$

4º Passo: Extraindo todos os divisores inteiros do termo independente $(-3)$, tem-se: $D(q)=\{\pm1;\pm3\}$.
5º Passo: Calculando $P(-1)$ , tem-se:
$P(y)= y^2+2y-3$
$P(-1)= (-1)^2+2(-1)-3=-4$
$P(-1)\neq 0$
Calculando $P(1)$ , tem-se:
$P(y)= y^2+2y-3$
$P(1)= (1)^2+2\times(1)-3$
$P(1)=0$
Como $P(1)=0 \quad \Longrightarrow \quad y_1=1 \quad$ e $\quad y_2=\frac{-3}{1}=-3$ , então, as soluções da equação dada sendo que $3x=y$ são: $x_1=\frac{1}{3} \ \vee \ x_2=\frac{-3}{3}=-1$
6º Passo: Comprovação
Para $x_2=-1$ , vem:
$3x^2+2x-1=0$
$3\times(-1)^2+2\times(-1)-1=0$
$0=0$
Para $x_1=\frac{1}{3}$, vem:
$3x^2+2x-1=0$
$3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\times\left(\frac{1}{3}\right)-1=0$
$0=0$
Portanto, $S=\left\{-1;\frac{1}{3}\right\}$ .



Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 12, n. 5, maio. 2026.
ISSN: 2675-3375

Assim, comprovadas as raízes da equação, pode-se afirmar que pelo menos uma das soluções da equação dada estará sempre entre os divisores do termo independente.

Observação.: No caso de $P(-1) \neq 0$ e $P(1) \neq 0$, ensaiam –se no polinómio os restantes divisores imediatamente a seguir aos divisores $(\pm 1)$ um a um, de modos que

$P(\propto_i) = 0$ para que se aplique a definição: $P(\propto_i) = 0 \quad \Longrightarrow \quad y_1 = \propto_i$ e $y_2 = \frac{q}{\propto_i}$

Exemplo 2: $2x^2 - x - 6 = 0$

Resolução:

1º Passo: A equação está escrita na forma canónica, isto é, $2x^2 - x - 6 = 0$

2º Passo:

Multiplicar ambos os membros da equação pelo coeficiente do termo quadrático que no caso é $(2)$ tem-se:

$$2x^2 - x - 6 = 0 \quad / \times 2$$
$$(2x)^2 - (2x) - 12 = 0$$

Relacionar $2x = y$, obtém-se:

$y^2 - y - 12 = 0$ .

3º Passo: Considerar o polinómio $P(y) = y^2 - y - 12$

4º Passo: Extraindo todos os divisores inteiros do termo independente, que em causa é o número $(-12)$, tem-se:

$D(q) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12\}$

5º Passo: Calculando $P(\pm 1)$ , vem:

$P(y) = y^2 - y - 12$

$P(-1) = (-1)^2 - (-1) - 12$ e $P(1) = (1)^2 - (1) - 12$

$P(-1) = -10 \neq 0$ e $P(1) = -12 \neq 0$

Como $P(-1) \neq 0$ e $P(1) \neq 0$ , então, ensaiam –se os restantes divisores imediatamente a seguir aos divisores $(\pm 1)$ um a um, de modos que $P(\propto) = 0$.

Calculando $P(\pm 2)$ , vem:

$P(y) = y^2 - y - 12$

$P(-2) = (-2)^2 - (-2) - 12$ e $P(2) = (2)^2 - (2) - 12$

$P(-2) = -6 \neq 0$ e $P(2) = -10 \neq 0$

Calculando $P(\pm 3)$ , vem:

$P(y) = y^2 - y - 12$

$P(-3) = (-3)^2 - (-3) - 12 = 0$

Sabe-se que: se $P(\propto) = 0 \quad \Longrightarrow \quad y_1 = \propto$ e $y_2 = \frac{q}{\propto}$

Então, como $P(-3) = 0 \Longrightarrow y_1 = -3$ e $y_2 = \frac{-12}{-3} = 4$

Daí que, as soluções da equação dada sendo $2x = y$, são:

$x_1 = -\frac{3}{2} \quad \vee \quad x_2 = \frac{4}{2} = 2$ .

6º Passo: Comprovação

Para $x_1 = -\frac{3}{2}$ , vem:

$2x^2 - x - 6 = 0$

7

$2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right) - 6 = 0$
$0 = 0$
Para $x_2 = 2$ , vem:
$2 \times (2)^2 - (2) - 6 = 0$
$0 = 0$
Portanto, $S = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$.
Nota (1): Se a equação quadrática já se encontrar escrita na forma $y^2 + py + q = 0$, não é necessário multiplicá-la pelo coeficiente do termo quadrático, uma vez que a mesma já se encontra posta na forma pretendida, logo, passa-se para o procedimento imediatamente a seguir.
Exemplo: $x^2 + 5x + 6 = 0$
1º Passo: A equação está escrita na forma $x^2 + 5x + 6 = 0$
2º Passo: Considerar o polinómio: $P(x) = x^2 + 5x + 6$
3º Passo: Extraindo todos os divisores inteiros do termo independente, que em causa é o número $(6)$, tem-se:
$D(q) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$
4º Passo: Calculando $P(\pm 1)$, vem:
$P(-1) = x^2 + 5x + 6$ e $P(1) = x^2 + 5x + 6$
$P(-1) = 1 - 5 + 6$ e $P(1) = 1 + 5 + 6$
$P(-1) = 2 \neq 0$ e $P(1) = 12 \neq 0$
Calculando $P(\pm 2)$, vem:
$P(-2) = x^2 + 5x + 6$
$P(-2) = 4 - 10 + 6$
$P(-2) = 0$, logo: $x_1 = -2$ ou $x_1 = \frac{6}{-2} = -3$
6º Passo: Comprovação
Para $x_1 = -2$, vem:
$x^2 + 5x + 6 = 0$
$(-2)^2 + 5 \times (-2) + 6 = 0$
$0 = 0$
Para $x_1 = -3$ , vem:
$x^2 + 5x + 6 = 0$
$(-3)^2 + 5 \times (-3) + 6 = 0$
$0 = 0$
Portanto, $S = \{-2; -3\}$
Nota (2): Se nenhum dos divisores inteiros do termo independente anular o polinómio ou garantir $P(\propto_i) = 0$, então, não é possível obter as soluções da equação aplicando este método.
Exemplo 3: $4x^2 - x - 1 = 0$
1º Passo: A equação está escrita na forma canónica $4x^2 - x - 1 = 0$
2º Passo:

Multiplicando ambos os membros da equação pelo coeficiente do termo quadrático, tem-se:
$4x^2 - x - 1 = 0 \quad /\times 4$
$(4x)^2 - (4x) - 4 = 0$ , ou ainda, considerar apenas a equação reescrita imediatamente na forma: $(2x)^2 - x - 1 = 0$
Relacionar $4x = y$ obtém-se: $y^2 - y - 4 = 0$
3º Passo: Considerar o polinómio: $P(y) = y^2 - y - 4$

8

$4^{o}$ Passo: Extrair todos os divisores inteiros do termo independente, que em causa é o número $(-4)$, tem-se: $D(q) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

$5^{o}$ Passo: Calculando $P(\pm 1)$ , vem:

$P(y) = y^2 - y - 4$

$P(-1) = (-1)^2 - (-1) - 4$ e $P(1) = (1)^2 - (1) - 4$

$P(-1) = -2 \neq 0$ e $P(1) = -4 \neq 0$

Como $P(-1) \neq 0$ e $P(1) \neq 0$, então, ensaiam -se os restantes divisores imediatamente a seguir aos divisores $(\pm 1)$ um a um, de modos que $P(\propto) = 0$.

Calculando $P(\pm 2)$ , vem:

$P(y) = y^2 - y - 4$

$P(-2) = (-2)^2 - (-2) - 4$ e $P(2) = (2)^2 - (2) - 4$

$P(-2) = 2 \neq 0$ e $P(2) = -2 \neq 0$

Calculando $f(\pm 4)$ , vem:

$P(y) = y^2 - y - 4$

$P(-4) = (-4)^2 - (-4) - 4$ e $P(4) = (4)^2 - (4) - 4$

$P(-4) = 16 \neq 0$ e $P(4) = 8 \neq 0$

Portanto, nota-se que nenhum dos divisores do termo independente anula o polinómio, ou seja, nenhum garante $P(\propto_i) = 0$, então, não é possível obter as soluções da equação aplicando este método.

## CONCLUSÕES

Depois do trabalho realizado subordinado ao tema alternativa metodológica para o tratamento da resolução das Equações do Quadráticas a uma incógnita, conclui-se que: 9

1. A metodologia proposta pode contribuir para o favorecimento do desenvolvimento do pensamento lógico dos alunos.
2. A utilização de novos procedimentos na resolução de Equações do $2^{o}$ Grau poderá permitir a compreensão dos alunos e aumentará o leque de escolha de vias de resolução tanto por parte dos alunos como dos professores.
3. O modelo sistémico-estrutural manifesta órgãos dependentes que se enquadram nas etapas de Galperin.
4. A alternativa metodológica para o tratamento da resolução de Equações Quadráticas a uma incógnita apresenta uma sequência finita de procedimentos de resolução.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GALPERIN, P. Y.. *La dirección del processo de aprendizaje.* ROJA, L. Q. (Comp). La formación de las funciones psicológicas durant el desarrollo del niño.: Universidade Autónoma de Claxcala 2001.

JAMBA, J. L. *Proposta Metodológica para o tratamento da decomposição de Polinónmios do 2º grau em factores lineares na 8ª Classe na Escola do I Ciclo do Ensino Secundário nº1484, no Município do Kuvango*, 2017.

OLIVEIRA, R. A. *Equações do segundo grau: resgate histórico dos seus métodos de resolução*, 2018.

SILVA, M. C. *Funções Quadráticas e suas a Aplicações*, 2017.

VIANJA, M. J.C. Alternativa Metodológica para o Tratamento da Resolução de Equações Quadráticas a uma Incógnita na 9ª Classe, na Escola do I Ciclo do Ensino Secundário no Município do Lubango, 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências, especialidade em Matemática) – Instituto Superior de Ciências da Educação da Huíla, Angola, 2023.