Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação — REASE

doi.org/10.51891/rease.v12i4.25979

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E ÓPTICAS DAS SEÇÕES CÔNICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR NA CONSTRUÇÃO DE APARATOS CIENTÍFICOS DE BAIXO CUSTO

Elias Santos Nascimento[1]

RESUMO: Este artigo propõe uma análise aprofundada das propriedades de reflexão inerentes às seções cônicas — elipse, hipérbole e parábola — sob uma perspectiva interdisciplinar que integra a Geometria Analítica à Física Óptica e Acústica. A fragmentação do conhecimento no Ensino Médio é identificada como um óbice à compreensão de fenômenos complexos; nesse sentido, o presente trabalho articula a fundamentação teórica rigorosa com a aplicação fenomenológica. Apresenta-se o levantamento histórico das cônicas, desde a Grécia Antiga até as leis de Kepler e Newton, seguido pela dedução matemática de suas propriedades refletoras baseadas no Princípio de Fermat. Por fim, descreve-se a metodologia de construção e os resultados de dois protótipos experimentais: um concentrador solar parabólico e um comunicador acústico (parabofone). Os resultados indicam que a experimentação baseada em modelos matemáticos precisos potencializa a transposição didática e o letramento científico.

Palavras-chave: Seções Cônicas. Reflexão Geométrica. Interdisciplinaridade. Instrumentação Científica. Ensino de Matemática.

ABSTRACT: This paper proposes an in-depth analysis of the reflection properties inherent to conic sections — ellipse, hyperbola, and parabola — from an interdisciplinary perspective that integrates Analytical Geometry with Optical and Acoustic Physics. The fragmentation of knowledge in High School is identified as an obstacle to the understanding of complex phenomena; in this sense, the present work articulates rigorous theoretical foundation with phenomenological application. A historical survey of conics is presented, from Ancient Greece to the laws of Kepler and Newton, followed by the mathematical deduction of their reflective properties based on Fermat's Principle. Finally, the construction methodology and results of two experimental prototypes are described: a parabolic solar concentrator and an acoustic communicator (parabophone). The results indicate that experimentation based on precise mathematical models enhances didactic transposition and scientific literacy.

Keywords: Conic Sections. Geometric Reflection. Interdisciplinarity. Scientific Instrumentation. Mathematics Education.

[1]Mestre em matemática pela UESC - Programa PROFMAT.

1. INTRODUÇÃO

O PARADIGMA DA INTERDISCIPLINARIDADE NO ENSINO DE CIÊNCIAS

A evolução contemporânea da ciência e da tecnologia impõe ao sistema educacional o desafio de superar o modelo de ensino compartimentado (EDUCAÇÃO MEC, 2000). Frequentemente, a Matemática é apresentada como um conjunto de abstrações estéreis (DANTE, 2005), enquanto a Física é reduzida à aplicação de fórmulas sem o suporte da compreensão geométrica profunda. No entanto, a história da ciência demonstra que o progresso técnico em áreas como astronomia, medicina e telecomunicações é indissociável das propriedades intrínsecas das curvas cônicas.

Este trabalho fundamenta-se na premissa de que a Geometria Analítica não deve ser vista apenas como um tópico do currículo de matemática, mas como uma linguagem que descreve o comportamento da energia e da matéria no espaço. A problemática central reside na dificuldade de alunos e docentes em estabelecer conexões entre a equação de uma parábola e o funcionamento de uma antena satelital ou de um telescópio.

Dessa forma, o objetivo deste artigo é duplo: primeiramente, fornecer um embasamento teórico-matemático robusto sobre as propriedades de reflexão das cônicas; em segundo lugar, propor uma abordagem metodológica baseada no "fazer científico", utilizando materiais acessíveis para a construção de concentradores solares e refletores acústicos. Ao adotar essa postura, busca-se elevar a relevância do ensino de ciências, transformando o aluno de um espectador passivo em um investigador de fenômenos naturais.

2. TRAJETÓRIA HISTÓRICA E EVOLUÇÃO EPISTEMOLÓGICA DAS CÔNICAS

A gênese do estudo das cônicas remonta ao período helenístico, especificamente aos esforços para solucionar problemas geométricos clássicos, como a duplicação do cubo (problema de Delos). Manaecmo (c. 380–320 a.C.) é creditado como o primeiro a identificar que a interseção de um plano com um cone de revolução gerava curvas com propriedades específicas. Entretanto, foi Apolônio de Perga (c. 262–190 a.C.), em sua obra monumental *Conics*, quem sistematizou o conhecimento e introduziu a nomenclatura que utilizamos hoje: elipse, parábola e hipérbole (SEVILLA, 1999).

Durante séculos, essas curvas foram tratadas como objetos de "geometria pura", sem aplicações práticas imediatas. Essa percepção mudou radicalmente no século XVII com

Johannes Kepler, que, ao analisar os dados observacionais de Tycho Brahe, postulou que as órbitas dos planetas não eram círculos perfeitos, mas sim elipses (SATO, 2005) com o Sol ocupando um dos focos. Quase simultaneamente, a revolução do cálculo analítico promovida por Descartes e Fermat (LEHMANN, 1989) permitiu a tradução dessas formas geométricas em equações algébricas, pavimentando o caminho para a mecânica clássica de Isaac Newton. Newton utilizou a propriedade refletora da parábola para projetar o telescópio refletor, superando as limitações cromáticas das lentes da época.

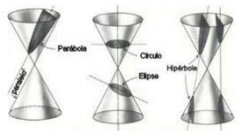

Figura 1 - Secções Cônicas

3. FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA E PROPRIEDADES FÍSICAS DE REFLEXÃO

Para que a experimentação científica tenha validade, é imperativo que os parâmetros de construção sejam derivados de modelos matemáticos precisos. Nesta seção, discutimos as propriedades focais das cônicas à luz da Geometria Analítica e das Leis da Reflexão de Snell-Descartes.

3.1. A Elipse e a Convergência Focal

Definimos a elipse como o lugar geométrico de todos os pontos P num plano tal que a soma de suas distâncias a dois pontos fixos F_1 e F_2 (focos) é constante (2a). A equação canônica com centro na origem é dada por (AVRITZER, 2009):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

A propriedade fundamental de reflexão da elipse estabelece que a reta normal a qualquer ponto P da curva é a bissetriz interna do ângulo formado pelos raios vetores desse ponto. Fisicamente, isso implica que qualquer onda (luminosa ou sonora) emitida de um foco, após colidir com a superfície interna elipsoidal, convergirá necessariamente para o outro foco. Este

fenômeno é a base da litotripsia extracorpórea na medicina (FERNÁNDEZ; LOSKE et al., 2005) e da acústica de salas famosas, como o Statuary Hall no Capitólio dos EUA.

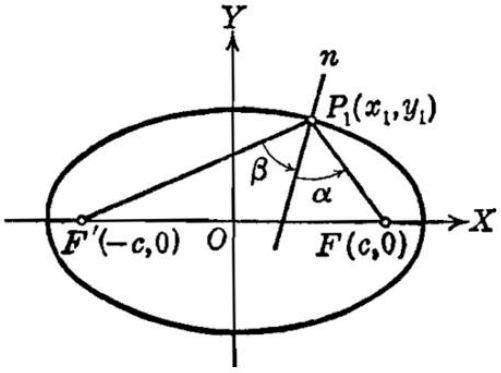

Figura 2 - Propriedade refletora da elípse

3.2. A Hipérbole e a Divergência Direcionada

A hipérbole, definida pela diferença constante entre as distâncias aos focos ($|d(P,F_1) - d(P,F_2)| = 2a$), possui uma propriedade refletora singular: um raio de luz que incide em direção a um dos focos (F_1) é refletido pela face externa da hipérbole de modo que sua trajetória pareça provir do outro foco (F_2). Analiticamente:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Essa característica é crucial no design de telescópios do tipo Cassegrain (QUEIRÓ, 2010), onde um espelho secundário hiperbólico é utilizado para desviar a luz captada pelo espelho primário parabólico para um ponto de observação conveniente atrás do telescópio.

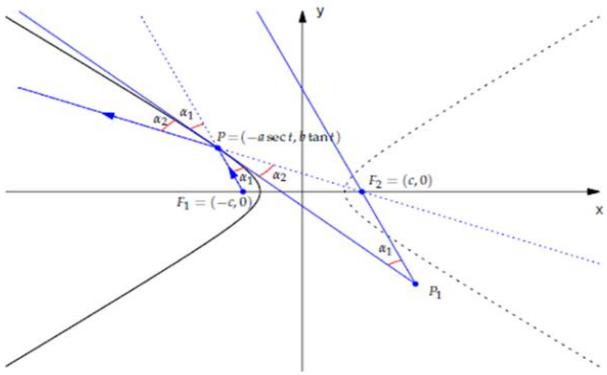

Figura 3 - Propriedade refletora da hibérbole

3.3. A Parábola: O Caso Limite e a Colimação de Raios

A parábola é o objeto central deste estudo prático. Definida como o lugar geométrico dos pontos equidistantes de um ponto F (foco) e de uma reta d (diretriz), sua propriedade de reflexão é a mais tecnologicamente difundida. Pelo Princípio de Fermat (Princípio do Tempo Mínimo), a luz segue a trajetória que minimiza o tempo de percurso (SATO, 2005). No caso da parábola, todos os raios que incidem paralelamente ao seu eixo de simetria atingem o foco simultaneamente após a reflexão.

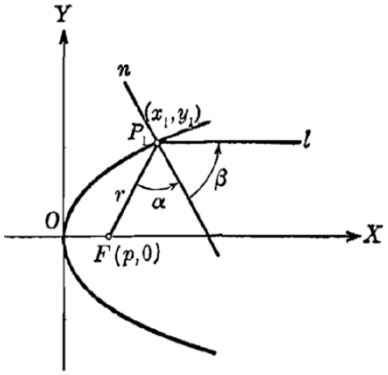

Figura 4 -Propriedade refletora da parábola

4. APLICAÇÕES TECNOLÓGICAS E RELEVÂNCIA CIENTÍFICA

A relevância científica das cônicas transcende a sala de aula. Na astrofísica, o uso de paraboloides de revolução em radiotelescópios permite a captura de sinais de rádio extremamente fracos provenientes de galáxias distantes, concentrando-os em um detector sensível no foco. Na engenharia energética, os concentradores solares cilíndrico-parabólicos são uma das formas mais eficientes de converter radiação solar em energia térmica de alta temperatura para a geração de vapor e eletricidade.

Na área da saúde, além da litotripsia já mencionada, a geometria das cônicas é aplicada na modelagem de superfícies de implantes e na otimização de feixes de radiação para tratamento oncológico (radioterapia), onde a precisão focal é a diferença entre a preservação de tecidos saudáveis e a eficácia do tratamento.

5. DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL: MATERIAIS E MÉTODOS

A proposta metodológica deste trabalho consiste na construção de aparatos que tornem tangíveis os conceitos discutidos. A escolha de materiais de baixo custo visa democratizar o acesso à experimentação científica de alta qualidade (VALADARES, 2012).

5.1. Projeto 1: Concentrador Solar Parabólico

O objetivo é criar uma superfície reflexiva que concentre a energia térmica do Sol em um ponto focal para aquecimento de fluidos ou cocção de alimentos.

Modelagem Matemática: Definiu-se uma parábola com a equação $y^2 = 4px$, onde p é a distância focal. Para este experimento, utilizou-se p = 15 cm.

Execução: Utilizou-se uma estrutura de papelão (caixa de sapatos) como base. O perfil parabólico foi transferido para as faces laterais. Uma folha de cartolina foi moldada a esse perfil e revestida com papel alumínio. É fundamental que a superfície esteja livre de rugosidades, pois imperfeições na escala micrométrica dispersam os raios incidentes (reflexão difusa), reduzindo a eficiência térmica.

Coleta de Dados: O foco foi posicionado perpendicularmente aos raios solares. Utilizou-se um termômetro digital no ponto focal para registrar a elevação da temperatura ao longo do tempo.

5.2. Projeto 2: O Comunicador Acústico (Parabofone)

Este aparato demonstra que as propriedades de reflexão se aplicam não apenas a ondas eletromagnéticas, mas também a ondas mecânicas (som).

Dimensionamento: Foram projetados dois refletores parabólicos de grande porte (diâmetro de 1,20m). A curva foi gerada a partir de coordenadas calculadas em software de geometria dinâmica.

Construção: Utilizou-se madeira para a base e papel cartão de alta gramatura para a superfície refletora. O papel cartão, embora poroso, atua como um refletor acústico eficiente para frequências na faixa da voz humana (300Hz a 3kHz).

Procedimento Experimental: Os refletores foram posicionados a uma distância de 35 metros em um campo aberto. Um emissor sussurra no foco do primeiro refletor; as ondas sonoras divergem, colidem com a parábola, tornam-se paralelas (colimadas), viajam pelo espaço e, ao atingirem o segundo refletor, convergem para o seu respectivo foco, onde um receptor consegue ouvir a mensagem com clareza.

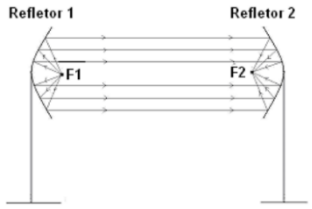

Figura 5 - Esquema simplificado dos refletores parabólicos.

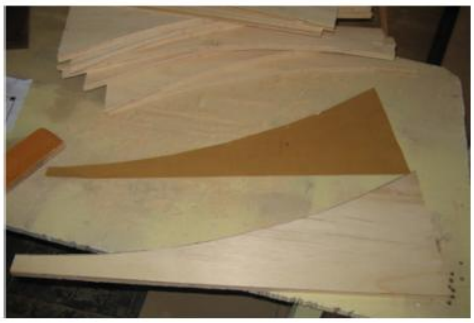

Figura 6 - Molde e peças de sustentação.

Coordenadas de largura	Coordenadas de altura
$x_0 = 0$	$y_o = 3$ cm
$x_1 = 14{,}4$ cm	$y_1 = 4$ cm
$x_2 = 25{,}2$ cm	$y_2 = 6$ cm
$x_3 = 37{,}7$ cm	$y_3 = 9{,}7$ cm
$x_4 = 51{,}7$ cm	$y_4 = 15{,}6$ cm
$x_5 = 62{,}3$ cm	$y_5 = 21{,}3$ cm
$x_6 = 75$ cm	$y_6 = 29{,}5$ cm

Figura 7 - Dados para molde.

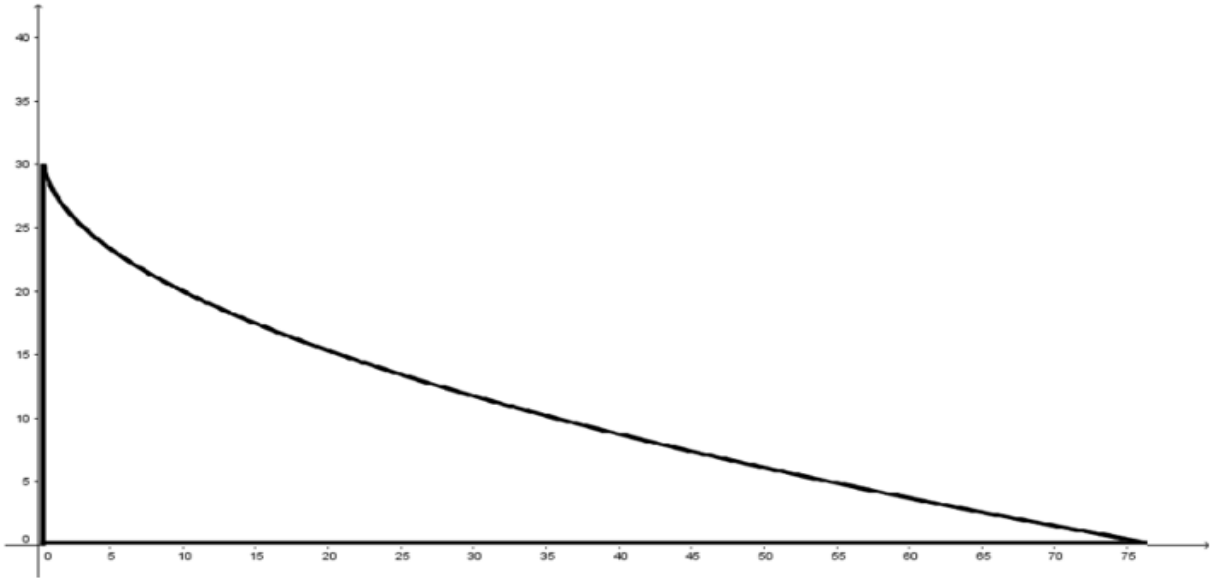

Figura 8 - Esquema do molde com coordenadas cartesianas.

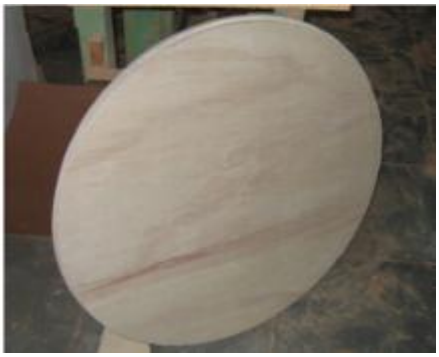

Figura 9 - Disco circular de raio 35 cm para fixação dos suportes

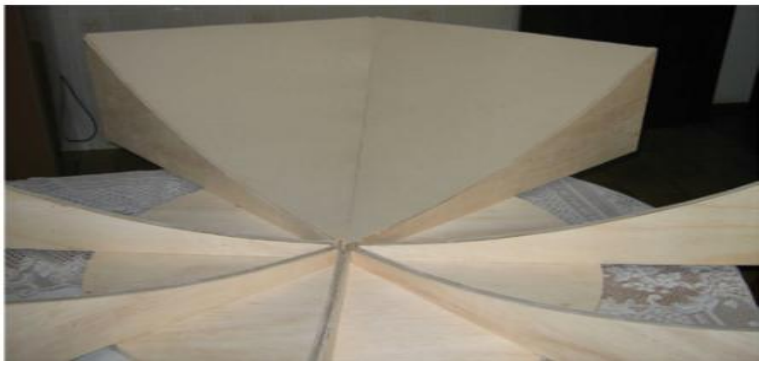

Figura 10 - Disco circular com suportes já fixados

Figura 11 - Suporte de sustentação vertical

Figura 12 - Recorte do papel cartão para refletor parabólico

Figura 13 - Refletor acústico parcialmente montado

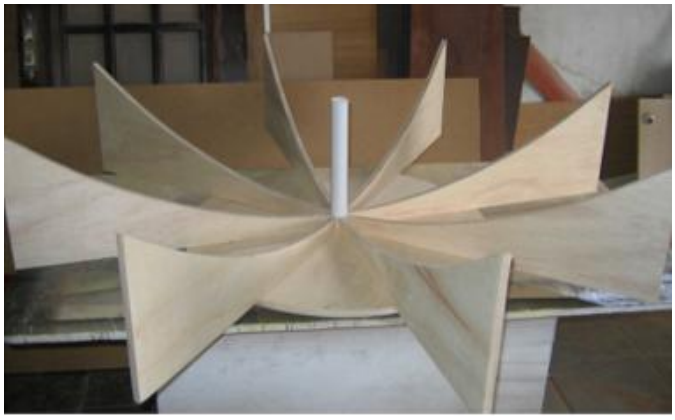

Figura 14 - Refletor parcialmente montado com o papel cartão

6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS

Os experimentos realizados validaram as propriedades teóricas das cônicas. No concentrador solar, observou-se uma elevação de temperatura de 25°C para 70°C em apenas 10 minutos de exposição direta, comprovando a eficácia da convergência focal. No parabofone, a transmissão da voz a 35 metros de distância por meio de sussurros evidenciou que a geometria parabólica compensa a atenuação natural da intensidade sonora (lei do inverso do quadrado da distância), ao "empacotar" a energia em ondas planas.

Do ponto de vista pedagógico, a construção desses dispositivos permitiu aos alunos enfrentar problemas reais de engenharia, como a necessidade de alinhamento axial e a minimização de erros de curvatura. Isso promove o que a literatura chama de "Aprendizagem Baseada em Projetos" (PBL) (DANTE, 2005; EDUCAÇÃO MEC, 2000), onde o erro experimental serve como ponto de partida para a revisão dos conceitos matemáticos.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo demonstrou que a integração entre a Geometria Analítica e a experimentação física é um caminho fértil para a revitalização do ensino de ciências. As seções cônicas, frequentemente reduzidas a exercícios de manipulação algébrica, revelaram-se ferramentas poderosas de engenharia e compreensão da natureza.

A construção do concentrador solar e do comunicador acústico não apenas ilustrou as propriedades de reflexão, mas também fomentou a consciência sobre energias renováveis e a física das comunicações. Conclui-se que o rigor científico não é antagônico à simplicidade de materiais; pelo contrário, a precisão matemática aplicada a materiais simples pode produzir resultados de alta relevância científica e educacional, preparando os estudantes para os desafios tecnológicos da sociedade contemporânea.

REFERÊNCIAS

AVRITZER, Dan. Geometria analítica e álgebra linear: uma visão geométrica. Tomo I. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2009.

CATALDO, J.C. Teorema do Hexágono de Pascal. Rio de Janeiro: ProfMat, 2003.

DANTE, L. R. Matemática: Contexto & Aplicações, Volume 3- manual do professor. São Paulo: Editora Ática, 2005.

EDUCAÇÃO MEC, M. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

FERNÁNDEZ, LOSKE et al. Desarrollo de un litotriptor extracorporal más eficiente. Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica, 8-9, 2005.

FRENSEL, K. Notas de aula: aula 07 superfícies cônicas. Rio de Janeiro: UFF, 2010.

LEHMANN, C. H. Geometría Analítica. México: Editorial Limusa, 1989.

MIRANDA, Cátia Menezes. Construção de uma mesa de bilhar elíptica como recurso motivacional para o estudo de cônicas no ensino médio. Ilhéus: UESC, 2013.

QUEIRÓ, J. F. A elipse, a parábola e a hipérbole: propriedades e aplicações. Coimbra: Universidade de Coimbra, 2010.

SATO, J. As Cônicas e suas Aplicações. Uberlândia: UFU, 2005.

SEVILLA, M. J. Introducción histórica a la Geodesia. Madrid: Instituto de Astronomía y Geodesia, 1999.

SIQUEIRA, Paulo Henrique; SOUZA, Luzia Vidal de. Artigo: Propriedades para Visualização das Retas de Newton. In: XX Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho técnico. Rio de Janeiro: Graphica, 2011.

VALADARES, E. C. Física mais que divertida - inventos eletrizantes baseados em materiais reciclados e de baixo custo. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2012.