

ANÁLISE PROBABILÍSTICA DO DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES DINÂMICAS QUANDO EMPREGADAS EM ESTACAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO: ESTUDO DE CASO

PROBABILISTIC ANALYSIS OF THE PERFORMANCE OF DYNAMIC FORMULATIONS
WHEN USED IN PRECAST CONCRETE PILES: A CASE STUDY

ANÁLISIS PROBABILÍSTICO DEL DESEMPEÑO DE LAS FORMULACIONES DINÁMICAS
CUANDO SE UTILIZAN EN PILOTES DE HORMIGÓN PREFABRICADO: UN ESTUDIO
DE CASO

Antonio de Brito Amaral Junior¹
Daniel George Macêdo Neres²
Luciana Barbosa Amâncio³

RESUMO: O controle de estaqueamento com estacas pré-moldadas é um conjunto de procedimentos que visa a segurança, funcionalidade e durabilidade de uma obra. Dentre esses procedimentos estão o registro da nega e do repique elástico, que são variáveis das formulações dinâmicas. Este artigo analisa, via abordagem probabilística, o desempenho dessas formulações para uma obra executada em Teresina-PI. Para isso, aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov aos fatores de correções calculados por Ferreira (2017) para as formulações de Brix, Janbu, Wellington, Dinamarqueses e Holandeses e verificou-se que os comportamentos das frequências observadas seguiam a distribuição Log-Normal, pela menor distância entre as curvas observadas e calculadas. Admitindo-se que os fatores de correções seguem a distribuição de probabilidade Log-Normal, foi possível concluir que aproximadamente 100% dos valores obtidos com as formulações Janbu e Dinamarqueses são maiores do que o valor sugerido pelos autores. Para as formulações de Wellington e Brix, essa probabilidade foi de, aproximadamente, 90 e 80%, respectivamente. O pior desempenho ficou para a formulação dos Holandeses, com apenas 38,2% dos valores compreendidos entre 6 e 10. O comportamento assimétrico da distribuição de probabilidade e a variabilidade dos resultados evidenciam a indispensabilidade de calibrações locais por meio de provas de carga.

Palavras-chave: Capacidade de Carga. Teste Kolmogorov-Smirnov. Distribuição de Probabilidade.

¹Bacharel em Engenharia Civil formado pela Universidade Federal do Piauí (UFPI).

²Bacharel em Engenharia Civil, formado pela Universidade Federal do Piauí (UFPI).

³Professora orientadora, Doutora em Geotecnia, Docente do Departamento de Recursos Hídricos, Geotecnia e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Piauí (UFPI).

ABSTRACT: The control of pile driving with pre-cast piles is a set of procedures aimed at the safety, functionality, and durability of a structure. Among these procedures are the recording of the set (nega) and elastic rebound, which are variables in dynamic formulas. This article analyzes, through a probabilistic approach, the performance of these formulas for a project executed in Teresina-PI. To this end, the Kolmogorov-Smirnov test was applied to the correction factors calculated by Ferreira (2017) for the Brix, Janbu, Wellington, Danish, and Dutch formulas. It was found that the behavior of the observed frequencies followed a Log-Normal distribution, due to the smaller distance between the observed and calculated curves. Assuming that the correction factors follow the Log-Normal probability distribution, it was possible to conclude that approximately 100% of the values obtained with the Janbu and Danish formulas are higher than the value suggested by the authors. For the Wellington and Brix formulas, this probability was approximately 90% and 80%, respectively. The worst performance was observed for the Dutch formula, with only 38.2% of the values falling between 6 and 10. The asymmetric behavior of the probability distribution and the variability of the results highlight the indispensability of local calibrations through load tests.

Keywords: Load capacity. Kolmogorov-Smirnov test. Probability distribution.

RESUMEN: El control del hincado de pilotes premoldeados es un conjunto de procedimientos que busca la seguridad, funcionalidad y durabilidad de una obra. Entre estos procedimientos se encuentran el registro del rechazo (nega) y del rebote elástico, que son variables de las formulaciones dinámicas. Este artículo analiza, mediante un enfoque probabilístico, el desempeño de estas formulaciones para una obra ejecutada en Teresina-PI. Para ello, se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov a los factores de corrección calculados por Ferreira (2017) para las fórmulas de Brix, Janbu, Wellington, Daneses y Holandeses, verificándose que el comportamiento de las frecuencias observadas seguía la distribución Log-Normal, dada la menor distancia entre las curvas observadas y calculadas. Al asumir que los factores de corrección siguen la distribución de probabilidad Log-Normal, se pudo concluir que aproximadamente el 100% de los valores obtenidos con las fórmulas de Janbu y Daneses son mayores que el valor sugerido por los autores. Para las fórmulas de Wellington y Brix, esta probabilidad fue de aproximadamente 90 y 80%, respectivamente. El peor desempeño correspondió a la fórmula de los Holandeses, con solo un 38,2% de los valores comprendidos entre 6 y 10. El comportamiento asimétrico de la distribución de probabilidad y la variabilidad de los resultados evidencian la indispensabilidad de realizar calibraciones locales mediante pruebas de carga.

Palabras clave: Capacidad de carga. Prueba de Kolmogorov-Smirnov. Distribución de probabilidad.

INTRODUÇÃO

A engenharia de fundações abrange diversas etapas, desde a concepção até a execução, envolvendo avaliação e análise detalhadas com o objetivo de garantir a segurança e a estabilidade das estruturas construídas. Albuquerque PJR e Garcia JR (2020) destacam que a grande maioria dos desafios enfrentados pelo engenheiro civil intensificam-se quando é

necessário escavar abaixo da superfície do terreno. Nesse cenário, os problemas se tornam mais complexos e o nível de incerteza aumenta, exigindo que a experiência prévia seja aliada a estudos probabilísticos para a solução de questões relacionadas a obras enterradas.

A fim de garantir que uma fundação seja dimensionada adequadamente, empregam-se diferentes métodos para estimar a capacidade de carga. Alves AML, et al. (2004) apontam que os métodos dinâmicos são usados para projetar e controlar fundações em estacas cravadas, estimando essa capacidade através da observação do comportamento da estaca durante sua cravação. Durante esse processo, ocorre a mobilização da resistência viscosa e de forças inerciais, de modo que a resistência oferecida pelo solo à penetração não corresponde exatamente à capacidade de carga estática da estaca. Para obter a carga de trabalho, é necessário dividir a resistência à cravação por um coeficiente de correção (geralmente entre 2 e 10), o qual desconta a resistência dinâmica com base em diferentes hipóteses estipuladas por cada formulação (VELLOSO DA e LOPES FR, 2011).

A estimativa precisa da capacidade de carga é uma etapa vital na engenharia de fundações. Historicamente, as fórmulas dinâmicas ganharam grande popularidade na prática de campo por reduzirem o dimensionamento a um procedimento operacionalmente simples e de baixo custo (PESSOA AD, et al., 2021). No entanto, a literatura recente demonstra que os métodos dinâmicos clássicos não representam o estado da arte e possuem altos índices de erro. Massad F (2020) evidencia que essas formulações se baseiam em idealizações simples da propagação de ondas e em relações carga-recalque sem sentido físico adequado, estando sujeitas a grandes dispersões e incertezas. Atualmente, o estado da arte na determinação da capacidade de carga compreende o monitoramento dinâmico avançado (PDA e análises CAPWAP), sendo o uso de fórmulas dinâmicas restrito ao controle de uniformidade, exigindo rigorosas calibrações locais no início das obras para mitigar efeitos regionais do solo, como a "cicatrização" ou *set-up* (CABETTE JF e MURAKAMI DK, 2023).

Diante das deficiências desses modelos empíricos (PESSOA AD, et al., 2021), pesquisas recentes buscam alternativas para lidar com a imprecisão das fórmulas tradicionais. Contudo, a realidade dos canteiros de obras evidencia que essas formulações ainda são massivamente empregadas. Como a eficácia das fórmulas dinâmicas é fortemente dependente das características geológico-geotécnicas de cada região, é exatamente nesta lacuna que reside a

principal originalidade desta pesquisa: a aplicação de uma avaliação probabilística voltada especificamente para a realidade da cidade de Teresina, Piauí.

Ao invés de tratar o erro das fórmulas de forma determinística genérica, este estudo inova ao utilizar dados reais de cravação de estacas pré-moldadas de concreto provenientes de uma obra situada no campus da Universidade Federal do Piauí, Ferreira (2017). A aplicação de testes de aderência estatística, como o de Kolmogorov-Smirnov, permitiu identificar que as funções de distribuição de probabilidade Normal e Log-Normal são as que melhor modelam o comportamento dos fatores de correção na geologia local. Dessa forma, a análise probabilística aqui proposta fornece uma ferramenta robusta e inédita para os projetistas e engenheiros da região de Teresina, analisar estatisticamente o comportamento dos fatores de correção para avaliar a uniformidade do estaqueamento gerado por cada formulação, no subsolo piauiense.

Devido às incertezas nos resultados da aplicação dessas fórmulas dinâmicas, tais métodos atuam principalmente como um meio de controle de qualidade feito durante a execução da obra. Neste contexto, um estudo prévio propôs uma análise estatística da eficiência das formulações dinâmicas mais usuais — fórmulas de Brix, Janbu, Wellington, Dinamarqueses e Holandeses — utilizando dados de cravação de estacas pré-moldadas de concreto (FERREIRA, 2017).

4

Diante da importância de aprimorar esse controle e preencher as lacunas relativas às incertezas de cálculo, este artigo tem como objetivo verificar qual função de distribuição de probabilidade descreve melhor o comportamento de um conjunto de dados de fatores de correção obtidos através das formulações dinâmicas. A partir disso, busca-se analisar de forma estatística e probabilística o desempenho dessas formulações.

MÉTODOS

O estaqueamento analisado é referente ao bloco do Centro de Ciências e Letras (CCHL), localizado no Campus Ministro Petrônio Portela da Universidade Federal do Piauí que integra salas de aula, sala de funcionários e banheiros, cuja localização pode ser vista na Figura 1.

Figura 1: Localização da obra analisada.



Fonte: Imagem adaptada do Google Earth (2022).

O estaqueamento contém um total de 72 estacas pré-moldadas de concreto com seção de 20x20cm e $f_{ck} = 40\text{MPa}$, comercializadas pela empresa PREFAZ. As cargas máximas aplicadas pelos pilares às essas estacas variam entre 32 kN e 176 kN (FERREIRA, 2017).

Para analisar o desempenho do dimensionamento dessas estacas é necessário conhecer o fator de correção para cada formulação dinâmica. Esses dados foram encontrados no estudo realizado por Ferreira (2017) que os determinou a partir da relação entre capacidade de carga estimadas pelas formulações e cargas provenientes dos pilares (obtidas no projeto estrutural). A resistência oferecida pelo solo à penetração da estaca (R) em cada método é dada pelas seguintes equações:

a) Fórmula de Brix (fator de correção entre 4 e 5):

$$R = \frac{W^2 \times P \times h}{(W + P)^2 \times s} \times C_S$$

b) Fórmula de Janbu (fator de correção de 2):

$$R = \frac{W \times h}{C_S} \times \left(0,75 + 0,15 \frac{P}{W} \right) \times \left(1 + \sqrt{1 + \frac{W \times h \times L}{E \times A \times s^2} \times \frac{P}{0,75 + 0,15 \frac{P}{W}}} \right)$$

c) Fórmula de Wellington / Engineering News Record (fator de correção de 6):

$$R = \frac{W \times h}{s + c} C_S$$

d) Fórmula dos Dinamarqueses (fator de correção de 2):

$$R = \frac{\frac{e \times W \times h}{s + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 \times e \times W \times L \times h}{A \times E}}}}{C_S}$$

e) Fórmula dos Holandeses (fator de correção de 6 a 10):

$$R = \frac{W^2 \times h}{(W + P) \times s} C_S$$

Onde,

W = Peso do martelo

P = Peso da estaca

h = Altura de queda do martelo

s = Penetração da estaca por golpe (nega)

R = Resistência oferecida pelo solo à penetração da estaca

L = Comprimento da estaca

E = Módulo de elasticidade da estaca

A = Área da seção transversal da estaca

e = Eficiência do impacto

C_S = Coeficiente de correção a adotar

No contexto da aplicação das Fórmulas Dinâmicas, é crucial pontuar que essas formulações fornecem a resistência à cravação (R) do elemento, o que não corresponde à sua capacidade de carga na ruptura (Q_{rup}). Se houvesse tal correspondência, a carga admissível da estaca seria obtida pela simples divisão do valor de ruptura por um fator de segurança convencional (tipicamente adotado como 2,0).

Os autores das Fórmulas Dinâmicas realizaram aferições comparando os valores de resistência à cravação (R) obtidos em suas fórmulas com cargas que, posteriormente, em ensaios, se mostraram admissíveis. Dessas comparações resultaram fatores ou coeficientes de correção F , determinados pela equação:

$$F = \frac{R}{Q_{adm}}$$

Dessa forma, os coeficientes adotados (como $F=10$ para a Fórmula dos Holandeses com martelo de queda livre, $F>2,5$ para a Fórmula de Brix, ou casualmente $F=2$ para a Fórmula dos Dinamarqueses) não representam Fatores de Segurança. Atualmente, a utilização das Fórmulas Dinâmicas é apenas para o controle da uniformidade de um estaqueamento e para isso, o fator F deve ser determinado (para o tipo de estaca e obra em acompanhamento) pela comparação do R da fórmula com a Q_{adm} obtida a partir da interpretação de Ensaio de Carregamento Dinâmico e/ou Provas de Carga Estática (DANZIGER; LOPES, 2021).

De posse dos dados de fatores de correção, foram elaborados os histogramas de frequência para cada formulação dinâmica e posteriormente calculados as frequências acumuladas e observadas e teóricas.

De acordo com Filho *et al.* (2004), testes de aderência, tais como o amplamente utilizado Kolmogorov-Smirnov (ASSIS *et al.*, 1996), são úteis para comparar as probabilidades empíricas de uma variável com as probabilidades teóricas estimadas pela função de distribuição em teste. Isso permite verificar se os valores da amostra são razoavelmente representativos de uma população com aquela distribuição teórica. No presente trabalho, foram executados os seguintes procedimentos para aplicar o teste KS à distribuição dos fatores de correção obtidos a partir das formulações dinâmicas:

1. Formulação das hipóteses:

H_0 : Os dados da amostra seguem a distribuição especificada

H_1 : Os dados da amostra não seguem a distribuição especificada

2. Escolha o nível significância:

$\alpha = 0,05$ (ou seja, um grau de confiança de 95%)

3. Determinar a frequência esperada acumulada para a distribuição especificada
4. Comparação dos resultados:

Se $D_{m\acute{a}x} < D_{crit}$, a hipótese H_0 é aceita e conclui-se que a característica em estudo da população segue a distribuição especificada

Se $D_{m\acute{a}x} > D_{crit}$, a hipótese H_0 não é aceita e conclui-se que a característica em estudo da população não segue a distribuição especificada

Onde $D_{m\acute{a}x}$ é o máximo valor absoluto obtido a partir da equação (8), e D_{crit} é o valor crítico tabelado do teste de Kolmogorov-Smirnov. Este valor limite é definido em função do tamanho total da amostra (N) e do nível de significância adotado, conforme a literatura estatística clássica (SIEGEL; CASTELLAN, 2006).

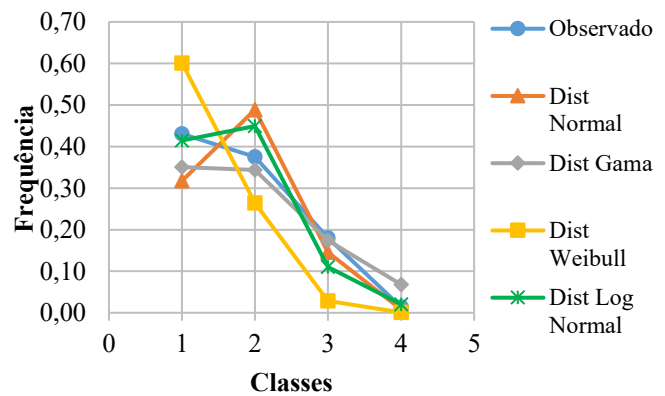
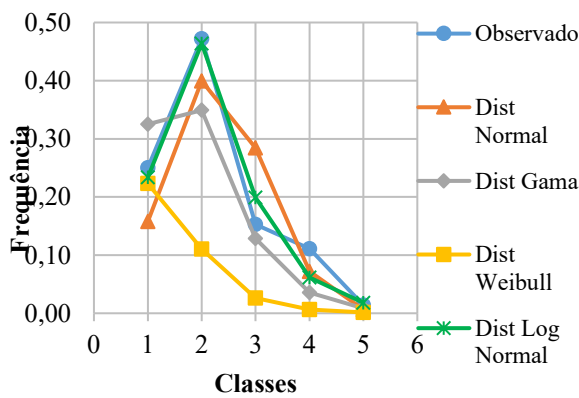
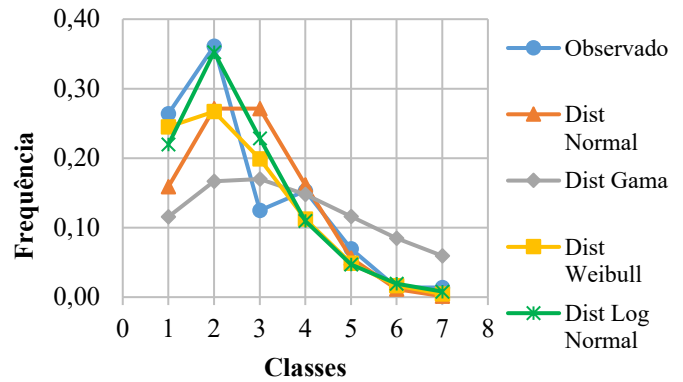
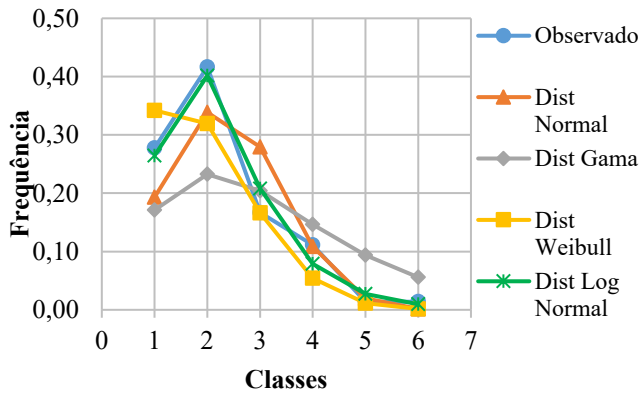
Comparando-se as curvas de distribuições teóricas com as curvas de distribuições observadas de cada formulação dinâmica, foram definidas qual função de distribuição de probabilidade se ajusta melhor com o comportamento dos fatores de correção para cada formulação.

A partir da curva Log-Normal ajustada, a metodologia consistirá em determinar o intervalo de valores na região de 95% de probabilidade e verificar se o fator teórico proposto pelos autores originais se encontra dentro deste intervalo. A amplitude (o "range" entre o limite inferior e superior desse intervalo de 95%) será calculada, pois quanto maior essa distância, maior a variabilidade do método e menor a uniformidade do estaqueamento.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da aplicação do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (KS) sobre os fatores de correção calculados, observou-se que as funções de distribuição Normal e Log-Normal apresentaram aderência aos dados observados para todas as formulações dinâmicas analisadas (Brix, Janbu, Wellington, Dinamarqueses e Holandeses). Em contrapartida, as distribuições teóricas Gamma e Weibull não se ajustaram a nenhuma das curvas de frequência empíricas. Ao comparar os valores do desvio máximo ($D_{m\acute{a}x}$), constatou-se que a distribuição Log-Normal foi a que apresentou a menor distância em relação à curva observada em todos os métodos testados, caracterizando-se como a função que melhor descreve o comportamento dos fatores de correção neste estudo de caso (Gráfico 1).

Gráfico 1: Distribuições de probabilidades para formulações dinâmicas: Brix (a); Janbu (b); Wellington (c); Dinamarqueses (d); Holandeses (e);

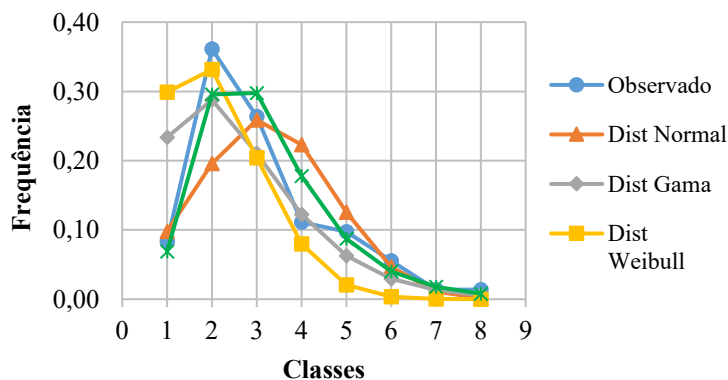


a) Fórmula de Brix
c) Fórmula de Wellington
e) Fórmula dos Holandeses

b) Fórmula de Janbu
d) Fórmula dos Dinamarqueses

Fonte: Autor (2026).

Considerando que o fator de correção empírico se comporta como uma distribuição Log-Normal para todas as fórmulas, prosseguiu-se com a análise do controle de uniformidade do



estaqueamento. O novo foco avaliou a região de 95% de probabilidade, determinando o limite inferior para o qual 95% dos valores são maiores, além de verificar o enquadramento estatístico em relação ao fator teórico originalmente proposto pelos autores de cada método. Os dados consolidados estão apresentados na (Tabela 1).

Tabela 1: Desempenho estatístico do controle de uniformidade e enquadramento teórico dos fatores de correção.

FORMULAÇÃO DINÂMICA	FATOR TEÓRICO PROPOSTO	LIMITE INFERIOR	PROBABILIDADE DE ATENDIMENTO AO FATOR TEÓRICO
JANBU	2	2,69	99,1% dos valores são maiores que 2
DINAMARQUESES	2	3,73	99,9% dos valores são maiores que 2
HOLANDESES	6 a 10	4,98	38,2% dos valores estão compreendidos entre 6 e 10
BRIX	4 ou 5	2,98	83% > 4 / 66,6% > 5
WELLINGTON	6	5,01	89,3% dos valores são maiores que 6

Fonte: Autor (2026).

Ao examinar os resultados, fica claro que as metodologias de Janbu e dos Dinamarqueses mostraram praticamente todos os fatores de correção estão acima do limite teórico ($F=2$), com 99,1% e 99,9%, respectivamente. Em contrapartida, a abordagem dos Holandeses exibiu o pior desempenho, com somente 38,2% dos seus resultados situados dentro da margem teórica esperada, entre 6 e 10.

No entanto, a avaliação da homogeneidade de um grupo de estacas não pode se limitar a verificar se os valores calculados excedem os fatores teóricos. É fundamental considerar a amplitude dessa distribuição de valores. Mesmo que técnicas como as de Janbu e dos Dinamarqueses concentrem mais de 99% dos valores acima de 2, a diferença entre o limite inferior e o valor máximo encontrado demonstra uma variação elevada.

Quanto maior for essa amplitude, maior será a diversidade no conjunto de dados e, por conseguinte, menor será a certeza de uma instalação uniforme das estacas. Essa grande variabilidade e dispersão reforça as análises estatísticas de Ferreira (2017), que, ao analisar os

mesmos perfis, notou que a eficiência real das fórmulas dinâmicas é bastante duvidosa devido à grande diferença entre os valores esperados e as médias de cada fórmula.

CONCLUSÃO

Após encontrar as distribuições de frequências relativas para cada formulação dinâmica, foi possível avaliar e discutir o desempenho das formulações dinâmicas, e por fim, concluir que distribuições Normal e Log-Normal se ajustaram para todas as curvas de frequência observadas, e as distribuições Gamma e Weibull não se ajustaram a nenhuma. Porém, a distribuição Log-Normal é a que melhor se ajusta ao comportamento dos fatores de correção, pois possui um menor $D_{máx}$ quando comparado com as outras curvas de distribuição.

Por fim, a análise probabilística evidencia que a aplicação atual das fórmulas dinâmicas deve se restringir ao controle de uniformidade do estaqueamento. Ao avaliar os resultados na região de 95% de probabilidade, constatou-se que 95% dos fatores de correção calculados são superiores a 2,69 para Janbu, 3,73 para os Dinamarqueses, 4,98 para os Holandeses, 2,98 para Brix e 5,01 para Wellington. Embora formulações como as de Janbu e dos Dinamarqueses apresentem fatores predominantemente maiores que os seus valores teóricos propostos originais (com mais de 99% dos casos acima de $F = 2$), a expressiva amplitude revela uma alta variabilidade empírica.

Essa elevada dispersão dos resultados reitera as constatações de Ferreira (2017), que questionou a eficiência das fórmulas dinâmicas justamente pela acentuada discrepância entre os valores obtidos e as suas respectivas médias. Contudo, no contexto da geologia avaliada, a Fórmula dos Dinamarqueses destacou-se por apresentar a menor variabilidade relativa, sendo considerada a metodologia mais adequada e consistente para atestar o controle de uniformidade da obra estudada. Em todo o caso, é importante confirmar que a simples utilização dessas fórmulas não elimina a necessidade crucial de realizar Testes de Carga Estática ou Ensaios de Carregamento Dinâmico para ajustar precisamente o fator de correção no local.

REFERÊNCIAS

1. ALBUQUERQUE PJR, GARCIA JR. Engenharia de fundações. 1st ed. Rio de Janeiro: LTC, 2020.
2. ALVES AML, et al. Métodos para previsão e controle do comportamento de estacas cravadas. Teoria e Prática na Engenharia Civil, 2004; 4: 12-21.

3. ASSIS FN, et al. Aplicações de estatística a climatologia: teoria e prática. Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 1996.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6122: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
5. CABETTE JF, MURAKAMI DK. Ajuste de fórmulas dinâmicas em estacas pré-moldadas de concreto com verificação do efeito de cicatrização “set-up”. Anais do 10º Seminário de Engenharia de Fundações Especiais e Geotecnia (SEFE 10), São Paulo, 2023.
6. CINTRA JCA, AOKI N. Fundações por estacas: projeto geotécnico. 1st ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.
7. DANZIGER BR, LOPES FR. Fundações em estacas. 1st ed. Rio de Janeiro: LTC, 2021; 232p.
8. FERREIRA YS. Eficiência dos métodos dinâmicos aplicados para estacas pré-moldadas de concreto. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2017.
9. FILHO AC, et al. Ajustes de funções de distribuição de probabilidade à radiação solar global no Estado do Rio Grande do Sul. Pesquisa Agropecuária Brasileira, 2004; 39(12): 1157-1166.
10. GONÇALVES C, et al. Estacas pré-fabricadas de concreto, teoria e prática. 1st ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2007.
11. MASSAD F. Notas sobre o resgate de fórmulas dinâmicas com base na monitoração da cravação de estacas. Anais do IX Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas (Cobramseg 2020), Campinas, 2020.
12. PESSOA AD, et al. Analysis over the accuracy of dynamic formulas for predicting ultimate load capacity in deep foundations. American Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences, 2021; 78(1).
13. SIEGEL S, CASTELLAN NJ. Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento. 2nd ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.
14. VELLOSO DA, LOPES FR. Fundações: critérios de projeto, investigações do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas. 2nd ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.