doi.org/10.51891/rease.v11i12.22816

PRINCÍPIOS PARA A DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE EXISTÊNCIA DE FUNÇÕES, $y = f(x)$

PRINCIPLES FOR DETERMINING THE DOMAIN OF FUNCTIONS, $y = f(x)$

PRINCIPIOS PARA DETERMINAR EL DOMINIO DE LAS FUNCIONES, $y = f(x)$

Boaventura Beleza dos Santos Nolasco[1]
Inácio Miguel Gabriel[2]

RESUMO: O processo docente-educativo afigura-se complexo por lidar com mentes humanas e o objeto de tratamento, isto é, este último, o conteúdo que deve ser abordado entre o professor e o aluno. Nada é acabado, quando se trata de algum processo, é sempre um continuar de operações na minimização de dificuldades aquando da resolução das mesmas. O problema como tal radica no fato de os estudantes não possuírem a síntese de regras para a determinação do domínio de funções $y = f(x)$. A ausência destas regras dificulta a determinação imediata do campo de existência de funções, daí criou-se o seguinte objetivo: elaborar um corpo de princípios para a determinação do campo de existência da função $y = f(x)$. Entende-se que tais princípios vão nortear o tratamento de exploração do domínio de funções reais com variável real, na unidade curricular afim. O caso manifesta-se como objeto de investigação, pois que em diversas bibliografias consultadas não se faz menção sintetizada de regras que ajudem o estudante a proceder na determinação do campo de existência de funções. O paradigma avançado para definir o escopo de investigação é o interpretativo com vista a produzir um corpo teórico, na sintetização de regras básicas para determinação de funções inversas em Análise Matemática I, nos primeiros anos de formação em Ciências Exatas e Naturais. A constatação feita evidenciou falta de abordagem sintetizada da teoria, para minimizar as dificuldades dos estudantes na determinação de domínio de funções.

Palavras-chave: Princípios. Argumento da Função. Campo de Existência.

ABSTRACT: The teaching-learning process is complex as it deals with human minds and the object of instruction, that is, the content to be addressed between the teacher and the student. Nothing is ever final when it comes to a process; it is always a continuation of operations aimed at minimizing difficulties during problem-solving. The problem lies in the fact that students often lack a synthesis of rules for determining the domain of functions $y = f(x)$. The absence of these rules hinders the immediate determination of the domain of functions. Therefore, the following objective was established: to develop a set of principles for determining the domain of the function $y = f(x)$. These principles are intended to guide the exploration of the domain of real functions of a real variable within the corresponding curricular unit. This case is considered a research object, as several consulted bibliographies do not provide a synthesized set of rules to assist students in determining the domain of functions. The interpretative paradigm was adopted to define the scope of the research, aiming to produce a theoretical framework that synthesizes basic rules for determining inverse functions in Mathematical Analysis I, during the early years of training in Exact and Natural Sciences. The findings revealed a lack of synthesized theoretical approaches to minimize students' difficulties in determining the domain of functions.

Keywords: Principles. Function Argument. Domain Of Definition.

[1] Professor Doutor, Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla (ISCED) – Angola. https://orcid.org/0009-0002-4726-6159.

[2] Professor, Instituto Politécnico da Huíla (IPH) – Universidade Mandume Ya Ndemufayo (UMN) – Angola. https://orcid.org/0009-0004-4564-0965.

RESUMEN: El proceso docente-educativo se revela complejo por tratar con mentes humanas y con el objeto de tratamiento, es decir, el contenido que debe ser abordado entre el profesor y el alumno. Nada es definitivo cuando se trata de un proceso; siempre implica una continuidad de operaciones destinadas a minimizar las dificultades durante su resolución. El problema radica en el hecho de que los estudiantes no poseen una síntesis de reglas para la determinación del dominio de funciones $y = f(x)$. La ausencia de estas reglas dificulta la identificación inmediata del campo de existencia de las funciones; por ello, se estableció el siguiente objetivo: elaborar un cuerpo de principios para la determinación del campo de existencia de la función $y = f(x)$. Se entiende que tales principios orientarán el tratamiento exploratorio del dominio de funciones reales de variable real en la unidad curricular afín. El caso se manifiesta como objeto de investigación, pues en diversas bibliografías consultadas no se hace mención sintetizada de reglas que ayuden al estudiante a determinar el campo de existencia de las funciones. El paradigma adoptado para definir el alcance de la investigación es el interpretativo, con el fin de producir un cuerpo teórico que sintetice reglas básicas para la determinación de funciones inversas en Análisis Matemático I, en los primeros años de formación en Ciencias Exactas y Naturales. La constatación realizada evidenció la falta de un abordaje sintetizado de la teoría para minimizar las dificultades de los estudiantes en la determinación del dominio de funciones.

Palabras clave: Principios. Argumento de La Función. Campo de Existencia.

1. INTRODUÇÃO

O processo docente-educativo revela-se sempre desafiante por lidar com mentes humanas e o objeto de tratamento, não obstante, por algum conteúdo manifestar-se de fácil tratamento e compreensão, suscita sempre dúvidas e dificuldades quanto à sua abordagem. As referências bibliográficas são importantes ferramentas pelas quais o docente e os alunos devem recorrer para o tratamento do conteúdo objetivo, de forma a se obter uma boa base de abordagem de temas, mas isto nem sempre corresponde à expectativa que docentes e estudantes têm sobre o assunto a pesquisar. As referências normalmente fazem abordagens muito genéricas sem manifestar as diferentes formas que a função real de variável, $y = f(x)$, deve se apresentar [1–9]. Neste sentido, o ator principal na gestão do processo de ensino e aprendizagem, deve aprimorar-se em aceder às diferentes formas de se apresentar a função para posteriormente verificar as regras que devem ser cumpridas para a determinação do campo de existência de funções. Para o efeito, o docente deve manifestar que as funções podem apresentar- se como:

a) Função desprovida de alguma restrição e limitação;
b) Função com argumento no denominador;
c) Função irracional de índice par ou ímpar;
d) Função transcendente trigonométrica e sua inversa;
e) Função transcendente logarítmica e outra;
f) Função com expressões modulares e outros casos.

Esta abordagem fundamenta-se na constatação de que os estudantes operavam com funções na forma $y = f(x)$ sem dispor de princípios estruturados que os orientassem na identificação da natureza da função e, consequentemente, na determinação do seu campo de existência. Verificou-se que os alunos possuíam apenas uma compreensão superficial, carecendo dos elementos metodológicos necessários para correlacionar a identificação da função com a definição do seu campo de existência, conforme ilustrado anteriormente.

Diante dessa lacuna, justifica-se este artigo, que tem por objetivo esmiuçar o estudo do campo de existência e a sua antevisão, destacando as implicações desse conhecimento para tópicos subsequentes, tanto no contexto acadêmico quanto além dele. Pode-se afirmar, com precisão, que a correta determinação do campo de existência tem relevância imediata no estudo da variação de funções, sendo um pré-requisito fundamental para identificação de extremos da função (mínimo e máximo).

2. APORTE TEÓRICO DO CAMPO DE EXISTÊNCIA

Pretende-se manifestar um leque teórico que garanta a sustentabilidade do tratamento do campo de existência, nas suas múltiplas vertentes, pelas pesquisas efetuadas, normalmente pelos manuais que mais se usam, na gestão do processo de ensino e aprendizagem. Desta feita acede-se a definição:

2.1. Definição: campo de existência da função

O conjunto de valores de x, para os quais dada a função é determinada, chama-se campo de existência ou campo de definição desta função [8].

Como $y = f(x)$ é uma função real de variável real, para dizer que o seu domínio ou campo de existência e o contradomínio são subconjuntos dos reais, o seu campo de existência pode assumir as seguintes notações:

- $[a, b] = a \leq x \leq b$
- $]a, b[= a < x < b$
- $]\mathrm{a}, \mathrm{b}] = \mathrm{a} < \mathrm{x} \leq \mathrm{b}$
- $[\mathrm{a}, \mathrm{b}[= \mathrm{a} \leq \mathrm{x} < \mathrm{b}$
- $]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$

Em muitas bibliografias pode-se encontrar a notação da definição da função $y = f(x)$, como sendo:

- $D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}\} = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$
- $D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: a \leq x \leq b\} = [a, b]$
- $D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: a < x \leq b\} =]a, b]$
- $D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: a \leq x < b\} = [a, b[$
- $D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: x \leq a\} =]-\infty, a]$

Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 11, n. 12, dez. 2025.
ISSN: 2675-3375

- $D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: x \geq b\} = [b, +\infty[$

Neste quesito, D_f é o domínio da função (campo de existência ou definição da função $y = f(x)$).

Já aludimos a que, em diferentes referências bibliográficas, o tratamento do campo de existência restringe-se apenas à apresentação da definição do ente e à apresentação de exemplos, sem a devida orientação na identificação de funções. Julga-se que esta prática de gerir o processo de ensino e aprendizagem oferece um suporte insuficiente aos estudantes na identificação de funções e no estudo dos argumentos das referidas funções. Tal situação faz com que os estudantes cometam muitos erros por falta de um corpo de regras para espelhar o tipo de funções e procurar dominar o argumento das mesmas.

2.2. Definição: argumento da função $y = f(x)$

Chama-se argumento da função $y = f(x)$, o elemento x ao qual se atribuem arbitrariamente valores de acordo com a definição da função [7].

A função $y = f(x)$ é definida da seguinte forma:

$f: A \rightarrow B$, isto significa que os valores a atribuir à x pertencem ao conjunto de partida A, domínio da função. O conjunto B, é de chegada que assume a condição de contradomínio ou imagem, caso este último seja aplicável, isto é, B só pode ser imagem da função, se todos os seus elementos servirem de imagem aos elementos do domínio A. Neste sentido, se a correspondência não for biunívoca, B é apenas contradomínio da função e não imagem dela.

2.3. Corpo de princípios para a determinação do campo de existência

Nesta subseção, entende-se estabelecer os princípios que vão facilitar a identificação da natureza de funções, explorar o argumento das mesmas para que, com alguma viabilidade, o estudante consiga determinar o campo de existência de qualquer função real de variável real.

Alegou-se antes que o tratamento do campo de existência se faz de forma abrupta, garante-se a definição, apresentam-se os exemplos e depois resolvem-se, sem a devida orientação na pormenorização da função e exploração do seu respetivo argumento. Desta feita, acede-se aos princípios para aceder à definição de funções.

2.3.1. Princípios para a determinação do campo de existência da função $y = f(x)$

Uma vez que as referências bibliográficas consultadas não apresentam uma síntese de regras para facilitar a determinação do campo de existência, e considerando que este é precisamente o propósito do artigo, tenciona-se apresentar um sistema de princípios que facilite a identificação da natureza da função e que detalhe a posição que o argumento ocupa na referida função. Assim vem:

1. Se a função $y = f(x)$, não tiver alguma limitação ou restrição, quanto ao seu argumento x, então o campo de existência é o domínio dos números reais $\mathbb{R}$;

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}\} = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$

Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 11, n. 12, dez. 2025.
ISSN: 2675-3375

2. Se a função $y = f(x)$, tiver argumento x no seu denominador, então o referido denominador deve ser diferente de zero;

$$y = f(x) = \frac{a}{g(x)} \Longrightarrow g(x) \neq 0, a \epsilon \mathbb{R}\ e\ a \neq 0$$

3. Se a função $y = f(x)$, for logarítmica e tiver o seu argumento x no seu logaritmando, este logaritmando, por definição, deve ser maior que zero;
   Suponhamos que $y = f(x) = \log_a[g(x)],\ \ g(x) > 0, a > 0\ \wedge\ a \neq 1.$
4. Se a função $y = f(x)$, for logarítmica e tiver o seu argumento x na sua base, esta base deve ser maior que zero e diferente de 1 em simultâneo;
   Suponhamos que $y = f(x) = \log_{g(x)} b,\ \ g(x) > 0, g(x) \neq 1\ \wedge\ b > 0$.
   Onde: $g(x)$ é a base e b é o logaritmando

$$\begin{cases} g(x) > 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$$

5. Se a função $y = f(x)$, for logarítmica e tiver o seu argumento x no seu logaritmando e na sua base em simultâneo, o logaritmando deve ser maior que zero e a sua base deve ser também maior que zero e diferente de 1;
   $y = f(x) = \log_{h(x)}[g(x)]\ ,\ \ g(x) > 0, h(x) > 0\ e\ h(x) \neq 1.$
   Onde: $g(x)$ é o logaritmando e $h(x)$ é a base.
   Em forma de sistema resulta melhor:

$$\begin{cases} g(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases}$$

6. Se a função $y = f(x)$, for irracional, cujo argumento figure no radicando de um radical de índice par, então tal radicando deve ser maior ou igual a zero; 4904
   Suponhamos que $y = f(x) = \sqrt[2n]{g(x)}\ , g(x) \geq 0, com\ n \in \mathbb{N}\ e\ n \neq 0.$
7. Se a função $y = f(x)$, for irracional, cujo argumento figure no radicando de um radical de índice ímpar, então o radicando assume qualquer valor real;
   Suponhamos que $y = f(x) = \sqrt[2n+1]{g(x)}\ , g(x)\ \text{é}\ real, com\ n \in \mathbb{N}\ e\ n \geq 1.$

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}\} = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$

8. Se a função $y = f(x)$, for *arcseno* ou *arccoseno*, cujos argumentos em x figurem nos argumentos das respectivas funções, então os argumentos em causa variam a partir de -1 até 1.
   Suponhamos que:

$$y = f(x) = arcsen[g(x)] \Longrightarrow -1 \leq g(x) \leq 1$$
$$y = f(x) = arccosen[g(x)] \Longrightarrow -1 \leq g(x) \leq 1$$

   Deve-se assegurar aos estudantes que:

$$-1 \leq g(x) \leq 1 \Leftrightarrow g(x) \geq -1 \wedge g(x) \leq 1$$

Em sistema resulta:

$$\begin{cases} g(x) \geq -1 \\ g(x) \leq 1 \end{cases}$$

Estes são os princípios que, devidamente trabalhados com os estudantes, ajudam bastante na determinação do campo de existência, minimizando as suas dificuldades na identificação das funções e dos respetivos argumentos.

A questão principal é:

Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 11, n. 12, dez. 2025.
ISSN: 2675-3375

1- Identificar a natureza da função;
2- Indicar a posição que o argumento ocupa na função;
3- Definir a condição de existência do argumento.

2.3.2. Propriedades do campo de existência de funções reais de variável real

1 – O domínio da soma de funções resulta da interseção de domínios das funções

Se: $f(x) \pm g(x) = h(x)$ então, $D_{f \pm g} = D_f \cap D_g = D_h$

2 – O domínio do produto de funções resulta da interseção de domínios das funções

Se: $f(x) \cdot g(x) = h(x)$ então, $D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = D_h$

3 – O domínio do quociente de funções resulta da interseção de domínios das funções

Se: $\frac{f(x)}{g(x)} = h(x)$ então, $D_{f \div g} = D_f \cap D_g = D_h \;\; ; \; g(x) \neq 0$

4 – O domínio da função na forma exponencial resulta da interseção de domínios das componentes da potência

Se $[f(x)]^{g(x)} = h(x)$ então, $D_{f^g} = D_f \cap D_g = D_h$

2.3.3. Apresentação de exemplos e resolução de exercícios

Nesta secção de texto, apresentam-se exemplos que vão tornar efetivo o corpo de princípios mencionados em "2.3.1", não só na forma elementar, mas também agregando outras valências matemáticas abordadas em sessões anteriores ou classes, assumindo-se desta forma a consolidação dos conteúdos vistos em aulas anteriores ou classes. Esta situação serve de rebatimento dos conteúdos e atribuição de significados dos mesmos. O sistema docente educativo afigura-se como um processo, estabelece o escalonamento de tratamento de conteúdos, daí faz-se referência aos seguintes requisitos (conhecimentos): 4905

1 – Domínio das inequações lineares;

2 – Domínio das inequações fracionárias;

3 – Domínio das inequações quadráticas;

4 – Domínio das inequações modulares;

5 – Domínio da visualização gráfica na exploração de intervalos em $\mathbb{R}$.

Subentendidamente, quem domina as inequações necessariamente domina as equações, pois que constitui o pressuposto válido para a determinação de raízes que facilitam a resolução de inequações, principalmente quando se escolhe a resolução de inequações pela forma tabular.

Determine o campo de existência das seguintes funções reais de variável real [3, 5, 7–9]:

a) $f(x) = 3x - 7$
b) $f(x) = \frac{3x-7}{8-5x}$
c) $f(x) = \sqrt{x-7}$
d) $f(x) = \sqrt{x-7} + \sqrt{25-2x}$
e) $f(x) = \sqrt[3]{3x-2}$
f) $f(x) = \sqrt{x-7} + \sqrt[3]{3x-2}$

g) $f(x) = \left(\sqrt{x-7}\right)^{\frac{3}{\sqrt{81-x^2}}}$

h) $f(x) = \frac{\sqrt{2|x-3|-5}}{\log(1-\sqrt{x-7})}$

i) $f(x) = \frac{\sqrt{5-2|x-3|}}{\ln(x^2-5x+6)}$

j) $f(x) = \log\left(1-\sqrt{x-7}\right) + \log(x^2-4)$

k) $f(x) = \text{arcsen}(x-3)$

l) $f(x) = \text{arccosen}\left(\frac{x-3}{x}\right)$

m) $f(x) = \log_2(4^x - 6.2^x + 8)$

n) $f(x) = \log_{\frac{1}{x^2-1}}(4^x - 7)$

o) $f(x) = \ln\left[log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{x-1}\right) + log_{\frac{1}{2}}(x)\right]$

2.3.3.1. Resolução dos exercícios

A resolução passa necessariamente pelo cumprimento dos princípios referidos e das regras no tratamento das inequações de diferentes naturezas.

Assim sendo, vem:

a) $f(x) = 3x - 7$

Esta função, não tem alguma restrição ou limitação na atribuição de valores à variável independente x, logo o domínio é o conjunto dos números reais.

4906

$$D_f = \{x\epsilon\mathbb{R}\} = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$

b) $f(x) = \dfrac{3x-7}{8-5x}$

A função em causa apresenta argumento em x, no denominador e por definição deste, deve ser diferente de zero.

$$8 - 5x \neq 0 \Longrightarrow x \neq \frac{8}{5}$$

Assim o domínio é:

$$D_f = \left\{x\epsilon\mathbb{R}: x \neq \frac{8}{5}\right\} = \left\{x\epsilon\mathbb{R}: x < \frac{8}{5} \vee x > \frac{8}{5}\right\} = \left]-\infty, \frac{8}{5}\right[\cup \left]\frac{8}{5}, +\infty\right[$$

c) $f(x) = \sqrt{x-7}$

O radical é de índice par e assim deve ser maior ou igual a zero, o seu radicando:

$$x - 7 \geq 0 \Longrightarrow x \geq 7$$

$$D_f = \{x\epsilon\mathbb{R}: x \geq 7\} = [7, +\infty[$$

d) $f(x) = \sqrt{x-7} + \sqrt{25-2x}$

Deve-se achar o domínio comum dos dois radicais, uma vez que são todos de índice par, os seus radicandos são maiores ou iguais a zero.

$$\begin{cases} x-7 \geq 0 \\ 25-2x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq \dfrac{25}{2} \end{cases} \Rightarrow 7 \leq x \leq \frac{25}{2}$$

$$D_f = \left\{x \epsilon \mathbb{R}: 7 \leq x \leq \frac{25}{2}\right\} = \left[7, \frac{25}{2}\right]$$

e) $f(x) = \sqrt[3]{3x-2}$

A função $f(x) = \sqrt[3]{3x-2}$, não tem alguma restrição, qualquer valor real a atribuir a x, define a função. Para um caso de género, muitos estudantes aplicam restrições como se fosse um radical de índice par. Assim conclui-se que o domínio da função é:

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}\} = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$

f) $f(x) = \sqrt{x-7} + \sqrt[3]{3x-2}$

Determina-se o domínio comum dos dois radicais e vem:

$$\begin{cases} x-7 \geq 0 \\ \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x \geq 7$$

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}:\ x \geq 7\}$$

g) $f(x) = \left(\sqrt{x-7}\right)^{\frac{3}{\sqrt{81-x^2}}}$

Determina-se o domínio comum do radical e do expoente. Para este caso observa-se três situações:

I) a condição do radicando de índice par;
II) a condição do radicando do denominador; 4907
III) a condição do referido denominador.

Assim vem:

$$\begin{cases} x-7 \geq 0 \\ 81-x^2 \geq 0 \\ 81-x^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ (9-x)(9+x) \geq 0 \\ (9-x)(9+x) \neq 0 \end{cases}$$

Tenciona-se resolver a inequação quadrática, $(9-x)(9+x) \geq 0$, à parte.

$$(9-x)(9+x) \geq 0$$

$$\begin{cases} 9-x \leq 0 \\ 9+x \leq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 9-x \geq 0 \\ 9+x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 9 \\ x \leq -9 \end{cases} \vee \begin{cases} x \leq 9 \\ x \geq -9 \end{cases}$$

$$\emptyset \vee -9 \leq x \leq 9 = -9 \leq x \leq 9$$

A resolução de $81 - x^2 \neq 0$ vem:

$$81 - x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -9\ \wedge x \neq 9$$

Aplicando no sistema de três condições vem:

$$\begin{cases} x \geq 7 \\ -9 \leq x \leq 9 \\ x \neq -9\ \wedge x \neq 9 \end{cases}$$

Resolvendo a segunda condição com a terceira no sistema vem:

$$(-9 \le x \le 9) \wedge (x \ne -9 \ \wedge x \ne 9) = (-9 \le x \le 9 \wedge x \ne -9) \wedge x \ne 9$$

$$(-9 \le x \le 9) \wedge (x \ne -9 \ \wedge x \ne 9) = (-9 < x \le 9) \wedge x \ne 9$$

$$(-9 \le x \le 9) \wedge (x \ne -9 \ \wedge x \ne 9) = -9 < x < 9$$

Assim avança-se para o sistema reduzido abarcando a primeira condição

$$\begin{cases} x \ge 7 \\ -9 < x < 9 \end{cases} \Rightarrow 7 \le x < 9$$

Rapidamente podia-se também reduzir;

$$\begin{cases} 81 - x^2 \ge 0 \\ 81 - x^2 \ne 0 \end{cases} \Rightarrow 81 - x^2 > 0$$

$$81 - x^2 > 0/.(-1) \Rightarrow x^2 - 81 < 0$$

$$x^2 - 81 < 0 \Rightarrow -9 < x < 9$$

Desta feita, o domínio é:

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}\colon \mathbf{7} \le x < 9\} = [7,9[$$

h) $f(x) = \frac{\sqrt{2|x-3|-5}}{\log(1-\sqrt{x-7})}$

Oferece-se dizer cumprir com as condições de existência do radicando de índice par e do denominador, a definição do logaritmo e as regras de uma inequação modular.

As referidas condições ficam melhor expressas em sistema de inequações que decorrem da definição da função $f(x) = \frac{\sqrt{2|x-3|-5}}{\log(1-\sqrt{x-7})}$:

$$\begin{cases} 2|x-3| - 5 \ge 0 \\ 1 - \sqrt{x-7} > 0 \\ \log\left(1 - \sqrt{x-7}\right) \ne 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2|x-3| - 5 \ge 0 \\ 1 - \sqrt{x-7} > 0 \\ \log\left(1 - \sqrt{x-7}\right) \ne log1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2|x-3| - 5 \ge 0 \\ 1 - \sqrt{x-7} > 0 \\ 1 - \sqrt{x-7} \ne 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-3| \ge \frac{5}{2} \\ \sqrt{x-7} < 1 \\ -\sqrt{x-7} \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 \le -\frac{5}{3} \vee x - 3 \ge \frac{5}{3} \\ \left(\sqrt{x-7}\right)^2 < 1 \\ \left(-\sqrt{x-7}\right)^2 \ne 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3 \le -\frac{5}{3} \vee x - 3 \ge \frac{5}{3} \\ x - 7 < 1 \\ x - 7 \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le \frac{4}{3} \vee x \ge \frac{14}{3} \\ x < 8 \\ x \ne 7 \end{cases}$$

Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 11, n. 12, dez. 2025.
ISSN: 2675-3375

$$\begin{cases} x \leq \frac{4}{3} \vee x \geq \frac{14}{3} \\ x < 8 \\ x \neq 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\left(x \leq \frac{4}{3}\right) \wedge (x < 8)\right] \vee \left[\left(x \geq \frac{14}{3}\right) \wedge (x < 8)\right] \\ x \neq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{4}{3} \vee \frac{14}{3} \leq x < 8 \\ x \neq 7 \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{4}{3} \vee \frac{14}{3} \leq x < 7 \vee 7 < x < \ 8$$

O domínio é:

$$D_f = \left\{x \epsilon \mathbb{R}:\ x \leq \frac{4}{3} \vee \frac{14}{3} \leq x < 7 \vee 7 < x < \ 8\right\} = \left]-\infty, \frac{4}{3}\right] \cup \left[\frac{14}{3}, 7\right[\cup]7,8[$$

i) $f(x) = \frac{\sqrt{5-2|x-3|}}{\ln\left(x^2-5x+6\right)}$

Tem-se:

$$\begin{cases} 5 - 2|x-3| \geq 0 \\ x^2 - 5x + 6 > 0 \\ \ln\left(x^2 - 5x + 6\right) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2|x-3| \geq -5/:(-2) \\ x^2 - 5x + 6 > 0 \\ \ln\left(x^2 - 5x + 6\right) \neq ln1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-3| \leq \frac{5}{2} \\ (x-2)(x-3) > 0 \\ \ln\left(x^2 - 5x + 6\right) \neq ln1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{5}{2} \leq x - 3 \leq \frac{5}{2} \\ x < 2 \ \vee \ x > 3 \\ x^2 - 5x + 6 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{2} \leq x - 3 \leq \frac{5}{2} /+3 \\ x < 2 \ \vee \ x > 3 \\ x^2 - 5x + 6 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{5}{2} + 3 \leq x - 3 + 3 \leq \frac{5}{2} + 3 \\ x < 2 \ \vee \ x > 3 \\ x^2 - 5x + 6 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{2} \\ x < 2 \ \vee \ x > 3 \\ x^2 - 5x + 5 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{2} \\ x < 2 \ \vee \ x > 3 \\ x \neq \frac{5-\sqrt{5}}{2} \ \wedge \ x \neq \frac{5+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{2} \\ x < 2 \ \vee \ x > 3 \\ x \neq \frac{5-\sqrt{5}}{2} \ \wedge \ x \neq \frac{5+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x < 2 \ \vee 3 < x \leq \frac{11}{2} \\ x \neq \frac{5-\sqrt{5}}{2} \ \wedge \ x \neq \frac{5+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \leq x < \frac{5-\sqrt{5}}{2} \vee \frac{5-\sqrt{5}}{2} < x < 2 \ \vee 3 < x < \frac{5+\sqrt{5}}{2} \vee \frac{5+\sqrt{5}}{2} < x \leq \frac{11}{2}$$

Logo, o domínio é expresso por:

Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 11, n. 12, dez. 2025.
ISSN: 2675-3375

$$D_f=\left\{x\epsilon\mathbb{R}:\ \left(\frac{1}{2}\le x<\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)\vee\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}<x<2\right)\vee\left(3<x<\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\vee\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}<x\le\frac{11}{2}\right)\right\}$$
$$=\left[\frac{1}{2},\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right[\cup\left]\frac{5-\sqrt{5}}{2},2\right[\cup\left]3,\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right[\cup\left]\frac{5+\sqrt{5}}{2},\frac{11}{2}\right]$$

j) $f(x)=\log\left(1-\sqrt{x-7}\right)+\log(x^2-4)$

Cumpre-se com as propriedades afins, isto é, apontadas em operações anteriores.

$$\begin{cases}1-\sqrt{x-7}>0\\ x-7\ge 0\\ x^2-4>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-\sqrt{x-7}>-1/.(-1)\\ x-7\ge 0\\ x^2-4>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x-7}<1\\ x\ge 7\\ (x-2)(x+2)>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{x-7}<1\\ x\ge 7\\ (x-2)(x+2)>0\end{cases}$$

Resolvendo parcialmente as inequações do sistema vêm:

$$I)\ \left(\sqrt{x-7}\right)^2<1\Rightarrow\left(\sqrt{x-7}\right)^2-1<0$$

$$\left(\sqrt{x-7}\right)^2-1<0\Rightarrow\left(\sqrt{x-7}-1\right)\left(\sqrt{x-7}+1\right)<0$$

$$\left(\sqrt{x-7}\right)^2-1<0\Rightarrow\left(\sqrt{x-7}-1\right)\left(\sqrt{x-7}+1\right)<0\Rightarrow-1<\sqrt{x-7}<1$$ 4910

$$II)\ x\ge 7$$

$$III)\ (x-2)(x+2)>0\Rightarrow x<-2\vee x>2$$

Assim tem-se as soluções:

$$I)\ \left(\sqrt{x-7}\right)^2<1\Rightarrow-1<\sqrt{x-7}<1$$

$$II)\ x\ge 7$$

$$III)\ (x-2)(x+2)>0\Rightarrow x<-2\vee x>2$$

Compondo o sistema vem:

$$\begin{cases}-1<\sqrt{x-7}<1\\ x\ge 7\\ (x<-2\vee x>2)\end{cases}$$

Neste sentido faz-se a discussão do sistema de inequações da II condição com a III condição.

$$(x\ge 7)\wedge(x<-2\vee x>2)$$

$$\begin{cases}x\ge 7\\ x<-2\vee x>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 7\\ x<-2\end{cases}\vee\begin{cases}x\ge 7\\ x>2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x\ge 7\\ x<-2\end{cases}\vee\begin{cases}x\ge 7\\ x>2\end{cases}\Leftrightarrow\emptyset\vee x\ge 7=x\ge 7$$

$$\begin{cases}x\ge 7\\ x<-2\end{cases}\vee\begin{cases}x\ge 7\\ x>2\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 7$$

Retomando o sistema anterior vem:

$$\begin{cases} -1 < \sqrt{x-7} < 1 \\ x \geq 7 \\ (x < -2 \vee x > 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 < \sqrt{x-7} < 1 \\ x \geq 7 \end{cases}$$

Para qualquer valor maior ou igual a sete (7), $\sqrt{x-7} > -1$, mas nem sempre todo valor maior ou igual a sete (7) garante, $\sqrt{x-7} < 1$. Assim o sistema fica reduzido para o seguinte:

$$\begin{cases} \sqrt{x-7} < 1 \\ x \geq 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{x-7}\right)^2 < 1 \\ x \geq 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-7 < 1 \\ x \geq 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 8 \\ x \geq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 8 \\ x \geq 7 \end{cases} \Rightarrow 7 \leq x < 8$$

Assim o sistema resulta em:

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{x-7} > 0 \\ x - 7 \geq 0 \\ x^2 - 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow 7 \leq x < 8$$

Desta feita, o domínio da função é dado por:

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}:\ 7 \leq x < 8\} = [7, 8[$$

k) $f(x) = \operatorname{arcsen}(x-3)$

Sendo que a função $arcseno$ é função inversa da função $seno$, onde $senx$ varia a partir de -1 até 1, isto é:

$$-1 \leq senx \leq 1$$

Sendo que a imagem da função $y = senx$ é dada por: $I_m = \{y \epsilon \mathbb{R}:\ -1 \leq y \leq 1\}$ e uma vez que $y = senx$ é inversa da função $y = arcsenx$, a imagem $y = senx$ passa a ser o domínio de $y = arcsenx$, pelas regras expressas na determinação de funções inversas.

Assim o argumento da função $f(x) = \operatorname{arcsen}(x-3)$ é $x-3$. Este assume a condição:

$$-1 \leq x - 3 \leq 1$$

$$-1 \leq x - 3 \leq 1 / {+3}$$

$$-1 + 3 \leq x - 3 + 3 \leq 1 + 3$$

$$2 \leq x \leq 4$$

O domínio é dado por:

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: 2 \leq x \leq 4\ \} = [2, 4]$$

l) $f(x) = \operatorname{arccosen}\left(\frac{x-3}{x}\right)$

Por analogia a abordagem é a mesma em relação a j) e daí vem:

$$-1 \leq \frac{x-3}{x} \leq 1 \Leftrightarrow (\frac{x-3}{x} \geq -1) \wedge (\frac{x-3}{x} \leq 1)$$

O docente deve assegurar aos estudantes que o denominador deve ser sempre diferente de zero. Esta situação já está acautelada no sistema de inequações.

Em sistema vem:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{x} \geq -1 \\ \frac{x-3}{x} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-3}{x} + 1 \geq 0 \\ \frac{x-3}{x} - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-3}{x} + 1 \geq 0 \\ \frac{x-3}{x} - 1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-3+x}{x} \geq 0 \\ \frac{x-3-x}{x} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x-3}{x} \geq 0 \\ -\frac{3}{x} \leq 0 \end{cases}$$

Resolvendo parcialmente cada inequação fracionária vem:

$$I)\ \frac{2x-3}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ x < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\frac{2x-3}{x} \geq 0 \Rightarrow (x < 0) \vee \left(x \geq \frac{3}{2}\right)$$

$$II)\ -\frac{3}{x} \leq 0 \Rightarrow x > 0$$

$$\begin{cases} (x < 0) \vee \left(x \geq \frac{3}{2}\right) \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x < 0) \vee \left(x \geq \frac{3}{2}\right) \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ x > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset \vee x \geq \frac{3}{2} = x \geq \frac{3}{2}$$

Desta feita, a solução é: 4912

$$\begin{cases} \frac{x-3}{x} \geq -1 \\ \frac{x-3}{x} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

O domínio é dado por:

$$D_f = \left\{x\epsilon\mathbb{R}: x \geq \frac{3}{2}\right\} = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$$

m) $f(x) = \log_2(4^x - 6.2^x + 8)$

Vem:

$$4^x - 6.2^x + 8 > 0 \Rightarrow 2^{2x} - 6.2^x + 8 > 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 6.2^x + 8 > 0$$
$$(2^x)^2 - 6.2^x + 8 > 0 \Rightarrow (2^x - 2)(2^x - 4) > 0$$

$$\begin{cases} 2^x - 2 < 0 \\ 2^x - 4 < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2^x - 2 > 0 \\ 2^x - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x < 2 \\ 2^x < 4 \end{cases} \vee \begin{cases} 2^x > 2 \\ 2^x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < 1 \vee x > 2$$

$$D_f = \{x\epsilon\mathbb{R}: x < 1 \vee x > 2\} =]-\infty, 1[\ \cup\ ]2, +\infty[$$

n) $f(x) = \log_{\frac{1}{x^2-1}}(4^x - 7)$

Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação. São Paulo, v. 11, n. 12, dez. 2025.
ISSN: 2675-3375

Deve-se aprimorar pela definição do logaritmo e assim vem:

$$\begin{cases} 4^x - 7 > 0 \\ \dfrac{1}{x^2-1} > 0 \\ \dfrac{1}{x^2-1} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4^x > 7 \\ x^2 - 1 > 0 \\ \dfrac{1}{x^2-1} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \log_4 7 \\ x < -1 \vee x > 1 \\ \dfrac{2-x^2}{x^2-1} \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \emptyset \vee x > \log_4 7 \\ x \neq -\sqrt{2} \wedge x \neq \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \log_4 7 \\ x \neq -\sqrt{2} \wedge x \neq \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\left((x > \log_4 7) \wedge (x \neq -\sqrt{2})\right) \wedge (x \neq \sqrt{2})$$

$$(x > \log_4 7) \wedge (x \neq \sqrt{2}) = (\log_4 7 < x < \sqrt{2}) \vee (x > \sqrt{2})$$

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: (\log_4 7 < x < \sqrt{2}) \vee (x > \sqrt{2})\} =]\log_4 7, \sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$$

o) $f(x) = \ln \left[\!\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{x-1}\right) + \log_{\frac{1}{2}}(x) \right]\!\right]$

Deve-se cumprir com as propriedades operatórias logarítmicas e as regras de inequação, sem se esquecer da definição do próprio logaritmo.

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{x}{x-1}\right) + \log_{\frac{1}{2}}(x) > 0 \\ \dfrac{x}{x-1} > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right) > 0 \\ \dfrac{x}{x-1} > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

4913

Resolvendo parcialmente vem:

$$I)\ \frac{x^2}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset \vee \begin{cases} \mathbb{R} \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\emptyset \vee \begin{cases} \mathbb{R} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset \vee (x > 1) = x > 1$$

$$II)\ \frac{x}{x-1} > 0$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0 \vee x > 1$$

$$III)\ x > 0$$

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right) > 0 \\ \dfrac{x}{x-1} > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \vee x > 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \vee x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \emptyset \vee (x > 1) \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$

O domínio da função é:

$$D_f = \{x \epsilon \mathbb{R}: x > 1\} =]1, +\infty[$$

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

1- Os estudantes revelam dificuldades na determinação do campo de existência de funções, pelas constatações feitas em ambientes de salas aulas;
2- As referências bibliográficas abordam o campo de existência sem especificar detalhadamente as regras que subjazem do processo;
3- Os exemplos diversificados de funções, quanto a sua definição, alargam o horizonte do estudante de lidar com diferentes aspetos de conteúdos;
4- A determinação do campo de existência para estudantes, manifesta um processo de consolidação de conteúdos como: as operações lógicas sobre conjuntos e intervalos;
5- A determinação do campo de existência para estudantes, manifesta também um processo de consolidação de conteúdos como: inequações lineares, quadráticas, fracionárias, modulares e outras;
6- O tratamento de campo de existência, para algumas funções, implica o asseguramento do nível de partida relacionado à abordagem de funções inversas;
7- O corpo de princípios, para determinação do campo de existência de funções, ajuda o estudante a identificar a natureza da função e a explorar a posição que o seu argumento ocupa nela;
8- O corpo de princípios, manifesta seguramente ao estudante, uma base para a obtenção do campo de existência de funções $y = f(x)$;
9- A representação gráfica da definição da função $y = f(x)$, não se faz referência pelo fato de ser do domínio do estudante.

4. REFERÊNCIAS

1. Maio W. *Fundamentos da Matemática: Álgebra, Espaços Métricos e Topológicos.* 2010.

2. Maio W. *Fundamentos da Matemática: Geometria Diferencial.* 2007.

3. Flemming DM, Gonçalves MB. *Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração.* 2012.

4. Flemming DM, Gonçalves MB. *Cálculo B: Funções de Várias Variáveis, Integrais Múltiplas, Curvilíneas e de Superfícies.* 2011.

5. Schor D, Tizziotti JG. *Matemática: Segundo Grau. Vol. II.* [s.d.].

6. Bronstein I, Semendiaev K. *Manual de Matemática para Engenheiros e Estudantes.* [s.l.]: [s.n.]; [s.d.].

7. Piskunov N. *Cálculo Diferencial e Integral. Tomo I.* [s.d.].

8. Demidovitch B, Efimenko V, Frolov S, Kogan S, Luntz G, Porshneva E, Shostak R, Sitcheva E, Yanpolski A. *Problemas e Exercícios de Análise Matemática.* 1993.

9. Santos FB. *Sebenta de Matemática: Cálculo Diferencial em R^n para as Universidades e Escolas Superiores.* 1ª ed. [s.d.].