

ENGENHARIA DIDÁTICA DE PRIMEIRA GERAÇÃO: UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA PARA A PREPARAÇÃO PARA A 2ª FASE DA OBMEP

FIRST GENERATION DIDACTIC ENGINEERING: AN OLYMPIC DIDACTIC SITUATION FOR PREPARATION FOR THE 2nd PHASE OF OBMEP

INGENIERÍA DIDÁCTICA DE PRIMERA GENERACIÓN: UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA OLÍMPICA PARA LA PREPARACIÓN DE LA 2ª FASE DEL OBMEP

Francisco Daniel Souza de Lima¹
Karlucy Farias de Sousa²

RESUMO: A OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, desempenha uma importante oportunidade de incentivar a cultura matemática, pois contribui para despertar o interesse e a curiosidade dos alunos para o saber matemático. Contudo, apesar da expressiva participação de estudantes nas competições, há uma grande carência de material didático mais atrativo e convergente com as tecnologias de informação. Assim, este trabalho tem por finalidade apresentar a metodologia de pesquisa Engenharia Didática de Primeira Geração, associada à teoria de ensino conhecida como Teoria das Situações Didáticas, como uma forma de abordar questões da OBMEP em sala de aula, por meio da metodologia construtivista. Primeiro, realizou-se um levantamento bibliográfico de dissertações voltadas à educação matemática que abordam a preparação para a segunda fase da OBMEP, almejando mapear pesquisas que fornecessem subsídios metodológicos para além do convencional na resolução de lista de exercícios. Após constatar a necessidade de metodologias que ampliem a abordagem da matemática, buscou-se elaborar uma Situação Didática Olímpica, com o suporte do GeoGebra, visando, além de contribuir como um suporte pedagógico para os professores, permitir que professores de matemática da Educação Básica possam utilizar esse material com enfoque aos problemas olímpicos da OBMEP, especificamente os relacionados ao tema Funções e Geometria da referida competição.

3532

Palavras-chave: Teoria das Situações Didáticas. Situações Didáticas Olímpicas. Funções e geometria. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. GeoGebra.

¹ Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Ceará. Especialista em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cândido Mendes. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática - ENCIMA pela Universidade Federal do Ceará. Integrante do grupo de estudo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem G-TERCOA. Professor do curso de GeoGebra na modalidade à distância Universidade Estadual do Paraná. Atualmente, é Professor da Secretaria de Educação Básica do Estado do Ceará (SEDUC-CE).

² Orientadora. Graduada em Letras (Licenciatura em Inglês e suas respectivas Literaturas) pela Universidade Estadual do Ceará. Especialista em Linguagem, Tecnologia e Ensino pela Universidade Federal de Minas Gerais. Mestre em Linguística Aplicada (Concentração em Estudos da Linguagem) e Doutoranda em Linguística Aplicada (Concentração em Linguagem, Tecnologia e Ensino) pela Universidade Estadual do Ceará. Atualmente, é professora de Língua Inglesa do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco (IFPE-Campus Belo Jardim).

ABSTRACT: The Brazilian Mathematics Olympiad for Public Schools (OBMEP) plays a significant role in promoting mathematical culture by fostering students' interest and curiosity in mathematical knowledge. However, despite the significant participation of students in the competitions, there is a great lack of more engaging educational material which is aligned with information technologies. Thus, this work aims to present the research methodology of First Generation Didactic Engineering, associated with the teaching theory known as the Theory of Didactic Situations, as a way to address OBMEP issues in the classroom through the constructivist methodology. First, a bibliographic survey was conducted on dissertations focused on mathematics education that address preparation for the second phase of OBMEP, aiming to map research that might provide methodological support beyond the conventional exercise lists. After identifying the need for methodologies that expand the approach to mathematics, an Olympic Didactic Situation was developed with the support of GeoGebra, aiming to provide pedagogical support for teachers and allow mathematics teachers in Basic Education to use this material with a focus on the Olympic problems of OBMEP, specifically those related to the topics of Functions and Geometry in the competition.

Keywords: Theory of Didactic Situations. Olympic Didactic Situations. Functions and Geometry. Brazilian Public School Mathematics Olympiad. GeoGebra.

RESUMEN: La OBMEP, Olimpiada Brasileña de Matemáticas, desempeña una importante oportunidad para incentivar la cultura matemática, ya que contribuye a despertar el interés y la curiosidad de los estudiantes por el conocimiento matemático. Sin embargo, a pesar de la significativa participación de estudiantes en las competiciones, hay una gran carencia de material didáctico más atractivo y convergente con las tecnologías de la información. Así, este trabajo tiene por finalidad presentar la metodología de investigación Ingeniería Didáctica de Primera Generación, asociada a la teoría de enseñanza Teoría de las Situaciones Didácticas, como una forma de abordar cuestiones de la OBMEP en el aula, mediante la metodología constructivista. Primero, se realizó un levantamiento bibliográfico de disertaciones orientadas a la educación matemática que abordan la preparación para la segunda fase de la OBMEP, con el objetivo de mapear investigaciones que proporcionen subsidios metodológicos más allá de lo convencional en la resolución de listas de ejercicios. Tras constatar la necesidad de metodologías que amplíen el enfoque de la matemática, se buscó elaborar una Situación Didáctica Olímpica, con el apoyo de GeoGebra, con el objetivo de, además de contribuir como un apoyo pedagógico para los profesores, permitir que los profesores de matemáticas de la Educación Básica puedan utilizar este material con un enfoque en los problemas olímpicos de la OBMEP, específicamente los relacionados con el tema de Funciones y Geometría de dicha competición.

3533

Palabras clave: Teoría de las Situaciones Didácticas. Situaciones Didácticas Olímpicas. Funciones y Geometría. Olimpiada Brasileña de Matemáticas de las Escuelas Públicas. GeoGebra.

INTRODUÇÃO

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas – OBMEP – teve sua primeira edição em 2005 e atualmente está em sua décima nona edição. Conta com dezenas de milhões de alunos participantes da Educação Básica, sendo a maior olimpíada de Matemática

no mundo (BRASIL, 2023). A referida competição tem vários objetivos, entre os quais: “contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas [...], promover a difusão da cultura matemática” e promover a integração entre a sociedade científica e as escolas (BRASIL, 2023, p. 01).

As questões da OBMEP exploram o raciocínio do aluno, sua habilidade para compreender e resolver problemas de matemática, não se tratando, por isso, de repetição de exercícios (VALERIO, 2017). A segunda fase da olimpíada é composta por questões de matemática subjetivas, de diferentes níveis de dificuldade. Portanto, para essa etapa, muitas escolas realizam cursos preparatórios, maratonas de exercícios extraclasse e elaboram materiais didáticos dirigidos à competição. Embora o *site* oficial da OBMEP disponibilize materiais distintos para o professor utilizar, eles ainda são tradicionais: focam somente na resolução manuscrita de questões estáticas, não permitindo interações, manipulações, explorações dos alunos com os exercícios, o que possibilitaria diferentes perspectivas por meio de um recurso tecnológico, por exemplo. Sendo assim, cabe ao professor refletir sobre o melhor modo de se praticar, em sala de aula, “[...] um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão, fragmentada e parcial da realidade” (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007, p. 34).

3534

Nesse sentido, o presente trabalho propõe uma Situação Didática Olímpica (SDO) para o ensino de Funções e Geometria, conteúdos rotineiramente abordados na segunda fase da OBMEP. O ponto de partida é a equação didática $SDO = PO + TSD$, defendida por Alves (2019), na qual ele afirma que, para potencializar a aprendizagem do estudante na pesquisa de abordagem da Olimpíada de Matemática, escolhe-se o Problema Olímpico (PO) e traçam-se os caminhos percorridos pela Teoria das Situações Didáticas (TSD) (BROUSSEAU, 2008).

Alves (2021) define o PO como sendo um conjunto de desafios matemáticos apresentados em competições ou maratonas, destinado apenas aos estudantes competidores para que possam participar de forma individual e focada na conquista de metas, como medalhas e certificados. A aplicação da metodologia TSD transforma esse conjunto na SDO, entendida por ele como um conjunto de relações educacionais entre os alunos, em um ambiente de ensino, que inclui não só a resolução de problemas de competição e olimpíadas matemáticas, mas também um sistema educativo. Essas relações têm como objetivo permitir que os alunos adquiram conhecimento por meio da competição coletiva, do debate científico em grupo e da abordagem de problemas

característicos das olimpíadas de Matemática, promovendo tanto a competição quanto a colaboração.

Em nossa proposição, por considerarmos que esta é uma proposta de pesquisa qualitativa, trataremos inicialmente da metodologia de pesquisa Engenharia Didática e descreveremos as quatro fases desse estudo, dando mais ênfase nas duas primeiras: a *análise preliminar* e a *análise a priori e concepção*, que tratam da identificação da problemática de pesquisa e da proposta da criação didática, respectivamente. Na segunda parte desta seção, trataremos a dialética das fases da TSD. Finalmente, trataremos do *software* GeoGebra, que fornece o suporte tecnológico da proposta.

Em termos teóricos, a Engenharia Didática nasce na França, nos Institutos de Pesquisa em Ensino de Matemática (IREM, na sigla em francês), nos quais trabalhavam profissionais das mais diversas áreas ligadas direta ou indiretamente à educação ou em prol dela. A Engenharia Didática é um processo empírico e tem como objetivo conceber, realizar, observar e analisar as situações didáticas. De acordo com Artigue (1996), a Engenharia Didática possui função dupla, podendo ser compreendida como produção para o ensino ou ainda como metodologia de pesquisa qualitativa. De acordo com Douady (1993), em sala de aula, a Engenharia Didática permite seguir uma sequência crescente de atividades em um projeto moldável às reações dos alunos e às escolhas do “professor-engenheiro”.

3535

Na primeira fase, *análise preliminar*, é realizada uma análise geral dos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos que se pretendem trabalhar e dos efeitos provocados por esses conteúdos, indo desde a concepção do assunto até as dificuldades ou os obstáculos encontrados pelos alunos. Nesse momento, são feitas ponderações envolvendo o quadro teórico-didático mais geral e os conhecimentos mais específicos envolvendo o tema da pesquisa.

Na segunda etapa, *concepção e análise a priori*, tem-se que delimitar a variável de comando, que pode ser microdidática (ou local) e macrodidática (ou global), relevante ao sistema didático relacionado aos sujeitos do processo: o professor, o aluno e o saber. Portanto, o professor, enquanto pesquisador, pode abordar as várias fases de uma Engenharia Didática de acordo com o interesse da pesquisa. É importante frisar que se entende por variáveis aquelas cuja escolha dos valores altera as estratégias de resolução de questões e traz contribuição ao desempenho do aluno. O conhecimento desejado para o aluno dependerá das escolhas dessas variáveis, segundo Gálvez (1996). Há dois tipos de variáveis de comando a serem consideradas nessa fase: as variáveis

macrodidáticas, que dizem respeito à organização da engenharia, e as variáveis microdidáticas, que concernem à organização de uma fase ou da sequência toda (ARTIGUE, 1995).

Em nosso trabalho, optamos pela variável microdidática. As duas variáveis são independentes; porém, a escolha das variáveis globais é anterior à escolha das variáveis mais microdidáticas, em razão dessa ser mais específica e ser responsável pela gestão e pela organização de cada seção. Portanto, na segunda fase da Engenharia Didática, pretende-se construir uma teoria de acompanhamento das relações entre as situações efetivas e os significados (ARTIGUE, 1995). A autora enfatiza que o objetivo da *Análise a priori* é buscar saber em que sentido as escolhas tomadas podem controlar o desenvolvimento dos estudantes. As hipóteses elaboradas nesta fase são confrontadas entre esta e a *Análise a posteriori* (ARTIGUE, 1995).

Na terceira etapa, *experimentação*, ocorre o desenvolvimento da aplicação da Engenharia Didática. Essa é a fase em que os alunos têm contato com a situação didática produzida. É o momento de interação com ela. Nesse estágio, empregamos a metodologia de ensino Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau, aplicada à Situação Didática delineada. De acordo com Almouloud e Coutinho (2008), é o momento de operacionalizar o dispositivo construído, adequando-o quando necessário, o que significa eventualmente retornar à *análise a priori* para complementá-la. Enfatizamos ainda que nesse estágio é possível realizar alguns ajustes nos instrumentos didáticos elaborados, a fim de obter o máximo de dados a serem tratados, 3536

Assim, o pesquisador Guy Brousseau, desenvolvedor da Teoria das Situações Didáticas (TSD), define a situação didática como sendo

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1978 apud ALMOULOUD, 2007, p. 33).

A seguir, descreveremos as etapas de cada uma das fases dialéticas da teoria de ensino TSD, que estão divididas em quatro fases, a saber: *ação, formulação, validação e institucionalização*. Essas etapas encontram-se descritas por Almouloud (2007) como:

a) *Ação – deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, se necessário, sem a intervenção do mestre [...] exprimir suas escolhas e decisões por ações sobre o milieu. Nela as interações estão centralizadas na tomada de decisões. [...]*

- b) *Formulação* – consiste em proporcionar ao aluno condições para que este construa, progressivamente, uma linguagem compreensível por todos. [...]
- c) *Validação* – o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação) ao julgamento de um interlocutor. [...]
- d) *Institucionalização* – o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. (ALMOULOUD, 2007, p. 37).

Desse modo, a Situação Didática elaborada deverá possibilitar aos sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem perpassar pelas quatro fases da TSD. O processo deve garantir ao discente as condições e a autonomia de aprendizagem. Para Brousseau (1986 *apud* ALMOULOUD, 2007), através do *milieu* como um fator de dificuldade, o aluno se adapta manifestando novas respostas, provas de sua aprendizagem.

Nesse contexto, a Base Nacional Curricular Comum – BNCC, que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, mostra-nos que, já no Ensino Fundamental, deve ser inserido o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) – em uma de suas competências, afirma que se deve possibilitar ao aluno acessar processos e instrumentos matemáticos, “[...] inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267). Isso nos mostra intencionalidade para que o aluno esteja inserido no mundo tecnológico em seu ambiente educacional para a assimilação de novas habilidades para o uso de tecnologias presentes do cotidiano.

Desse modo, com respeito às TDIC, espera-se que a escola possa propiciar a exploração das diversas linguagens e reflexões sobre as tecnologias, não só o domínio técnico dos recursos, mas uma autonomia crítica do estudante (BRASIL, 2018), como já corroboravam os Parâmetros Curriculares Nacionais. Todavia, sabe-se que, lamentavelmente, muitas instituições de ensino não dispõem de espaços conectados e com recursos. Ainda assim, é possível transpor tais dificuldades, pois existem *softwares* educativos que funcionam nos mais diversos aparelhos tecnológicos (computador, *tablet*, *smartphone*, dentre outros) que podem auxiliar o(a) docente. Para o contexto do ensino de Matemática, encontramos o *software* GeoGebra, que nos auxiliará na transposição didática da situação de ensino trazidas nesta pesquisa.

Quanto ao suporte tecnológico, o GeoGebra³ auxiliará os alunos na interação e na manipulação da SDO durante o contato deles com a situação didática, momento em que investigaremos as quatro etapas da TSD. Além disso, a escolha do *software* em questão ocorreu pelo fato de ele ser de domínio público, podendo ser instalado facilmente nos laboratórios de informática das escolas. Nesses ambientes computacionais, as novas tecnologias possibilitam uma nova roupagem para o ensino de Matemática, já que podem auxiliar os sujeitos envolvidos no processo educacional.

Quanto ao aspecto da aprendizagem significativa, o GeoGebra vai ao encontro da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2013), para quem um registro de representação semiótica denota um sistema de símbolos que desempenha não apenas o papel de facilitar a comunicação, mas também a incorporação de funções cognitivas essenciais, incluindo a objetivação (a capacidade de compreender para si mesmo) e o processamento. A partir dessa perspectiva, o autor faz menção a quatro categorias de registros de representação: a linguagem natural, os sistemas de escrita (abrangendo os numéricos, os algébricos e os simbólicos), os gráficos cartesianos e as representações geométricas. Esses aspectos são contemplados pelo *software* por meio da sua devolutiva dos símbolos, gráficos matemáticos, tabelas, dentre outros, por isso pode contribuir para o processo de Aprendizagem da Matemática. 3538

Borba e Villareal (2005) afirmam que há um rápido *feedback* proporcionado pelas mídias em seus aspectos visuais. Essa abordagem visual é caracterizada na Educação Matemática, principalmente pelos seguintes fatos: acesso alternativo aos conhecimentos matemáticos pela visualização; transformação do entendimento dos conceitos por meio de representações; a própria visualização é uma maneira de identificar e resolver problemas (BORBA; VILLAREAL, 2005).

No que tange à forma de abordagem dos conteúdos de matemática, a proposta do uso de *software* de geometria dinâmica é um processo importante para o ensino e a aprendizagem em geometria, aspecto que pode contribuir em muitos fatores, especificamente acerca da visualização geométrica (NASCIMENTO, 2012); situação análoga ocorre também quando

³O *software* gratuito, criado por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburgo, Áustria, opera off-line e é compatível com Windows, Linux, Mac OS X, iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux. Com foco em Geometria e Álgebra, possui várias janelas de visualização e permite realizar diversos cálculos. Ideal para pesquisas e construções matemáticas.

abordamos as Funções Matemáticas, pois muitas vezes o aluno não tem o processo abstrato bem desenvolvido.

Este artigo está dividido em quatro seções. Após esta seção introdutória, veremos a metodologia do estudo, os resultados e as discussões. Por fim, faremos a conclusão do nosso trabalho.

METODOLOGIA

A pesquisa qualitativa em educação matemática permite uma exploração aprofundada nos fenômenos relacionados à educação, busca capturar os significados que os participantes atribuem às suas vivências levando em consideração múltiplos fatores como as características individuais dos alunos, as práticas pedagógicas dos professores, as políticas educacionais, dentre outras. A validade desse tipo de pesquisa é interna, garantindo que as interpretações sejam fundamentadas em dados. Esse modelo de pesquisa contribui para permitir uma compreensão das complexidades envolvidas no ensino e na aprendizagem, promovendo a equidade no ensino.

Conforme exposto anteriormente, nossa proposta didática adota a metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED) de Artigue (1988), que possui quatro fases: *análise preliminar; concepção e análise a priori; experimentação; e análise a posteriori e validação*. Na primeira fase da metodologia adotada, investiga-se como os professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – têm abordado a preparação para a segunda fase da OBMEP. A escolha pelo repositório do PROFMAT, que funciona desde 2011, dá-se por ele ser muito amplo, tendo em vista que tal programa de mestrado ocorre em nível nacional e, sobretudo, é voltado exclusivamente para professores de Matemática da Educação Básica. Consultamos também o repositório da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES –, por se tratar de uma plataforma de acesso a informações sobre teses e dissertações defendidas junto a programas de pós-graduação de todo Brasil.

Analizamos ainda se o livro didático do aluno traz questões a nível de segunda fase da OBMEP (mesmo que seja como seção desafio, por exemplo). Os livros didáticos analisados foram os seguintes: Paiva (2015), Balestri (2016), Dante (2017) e Dolce e Pompeo (2013). Investigamos ainda, de forma crítica, o material disponibilizado para professores e alunos no site da OBMEP com relação ao seu potencial didático.

Na segunda fase da metodologia de pesquisa, *Concepção e análise a priori*, foi elaborada uma Situação Didática Olímpica (SDO), que aborda os assuntos de Funções e Geometria, conteúdos cobrados rotineiramente ao longo dos anos na segunda fase da OBMEP. Na *análise a priori*, identificamos os problemas pertinentes ao nosso objeto de estudo, esquematizamos de maneira justificada os fundamentos teóricos e metodológicos da investigação (ARTIGUE, 1996).

Na terceira fase do decurso da elaboração da proposta, *a experimentação*, aplica-se a teoria de ensino Teoria das Situações Didáticas (TSD) Brousseau (2008), a fim de coletar os dados da pesquisa para o caso de uma possível aplicação; essa fase, por sua vez, também possui quatro etapas, a saber: *ação, formulação, validação e institucionalização*.

A análise e a Situação Didática Olímpica proposta são apresentados na próxima seção.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, no que concerne a análise dos materiais didáticos, destacamos que esses são livros cujos autores disponibilizam há décadas, voltados para o Ensino Básico, e são muito populares entre aqueles alunos mais aplicados em matemática. Mesmo nesses livros, não encontramos abordagem explícita de questões da segunda fase da OBMEP.

3540

Na sequência, fizemos uma busca, no PROFMAT e no Portal de Periódicos da CAPES, em maio de 2023, para mais materiais; as seguintes palavras-chave e os respectivos resultados encontrados em cada repositório foram: *segunda fase da OBMEP* (1 no PROFMAT e 3 na CAPES), *2ª fase da OBMEP* (2 no PROFMAT e 1 na CAPES) e *preparação para a 2ª fase da OBMEP* (nenhum resultado encontrado).

No PROFMAT, encontramos os trabalhos de Dias (2014), Moraes (2018) e Machado (2015). No repositório CAPES, encontramos os trabalhos de Dias (2014), Machado (2015) e Soares (2022). Alguns trabalhos se repetiram durante a busca nos diferentes repositórios. Em resumo, fazendo as interseções, encontramos somente quatro trabalhos que abordam a segunda fase da OBMEP e que faz(em) ou propõe(em) algum tipo de treinamento para essa fase da olimpíada.

Analisando os estudos, Dias (2014) desenvolveu um trabalho voltado para a OBMEP, focando mais na segunda fase das olimpíadas para os alunos da escola em que trabalhava. O pesquisador usou a mesma metodologia que estamos adotando, mas ele adotou o aspecto da Engenharia Didática como metodologia de ensino. Em razão disso, Dias (2014) fez encontros para a resolução de listas de exercícios, fez vídeos com a resolução de questões que ficaram para

acesso livre em um *blog*. Seu trabalho rendeu frutos: obteve bons resultados, com medalhas de ouro, bronze e menções honrosas. Nossa proposta, entretanto, adota o segundo aspecto da Engenharia Didática, o de metodologia de pesquisa.

Já Moraes (2018) utiliza a técnica de análise do erro, com a pesquisa classificada como Teoria Fundamentada em Dados (*Grounded Theory*), para investigar visando detectar os erros cometidos com mais frequência por alunos do Ensino Médio, do Oeste do Pará, na segunda fase da OBMEP, nos conteúdos de Aritmética. A pesquisa concluiu que os índices do “erro” cometidos durante a abordagem dos problemas, nesse sentido, são muito altos e sugere aos professores rever as suas práticas sob o ponto de vista de encarar o “erro” cometido pelos alunos.

Por sua vez, Soares (2022) apresenta uma análise, sob o ponto de vista da metodologia exploratória, de todas as questões da OBMEP de sua primeira edição até o ano de 2018 na abordagem de Funções. Nessa abordagem, a autora mostra as conexões do conteúdo de Funções com outros, por exemplo, com Geometria e Álgebra. Ela, então, faz a resolução das questões mostrando esses aspectos e, por vezes, recorre ao GeoGebra como recurso visual durante a resolução ou depois dela.

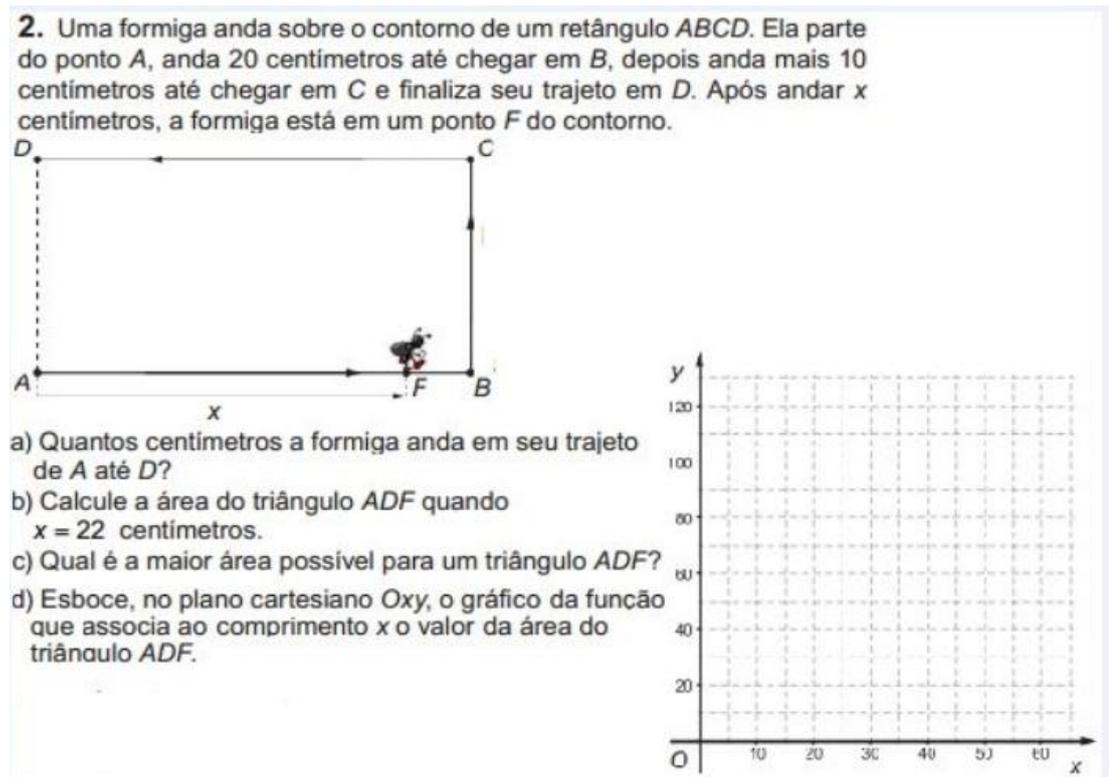
Portanto, podemos notar que, apesar de a busca ter sido realizada em dois repositórios de âmbito nacional, sendo um deles específico para professores de Matemática da Educação Básica, como é o caso do PROFMAT, ainda assim foram encontrados um número muito pequeno de trabalhos voltados para a preparação da segunda fase da OBMEP. 3541

Vejamos a segunda fase da metodologia adotada, a *análise a priori e concepção*. Nessa fase, vamos expor o tratamento dialético das quatro fases da metodologia de ensino Teoria das Situações Didáticas (TSD) na questão encontrada no sítio da OBMEP referente à nossa proposta. Destacamos que se trata de uma previsão do que se pode esperar durante a abordagem em uma futura aplicação das Situações Didáticas Olímpicas. Vale ressaltar, ainda, que a TSD cumpre muito bem esse papel, pois nos permite tais previsões.

Dessa forma, a depender do nível dos alunos aprovados para a segunda etapa da OBMEP, é recomendado que o professor tenha tido algumas aulas anteriores de forma que possa ter abordado os seguintes assuntos: i. perímetro de figuras planas; ii. área do Triângulo; iii. área do trapézio, bem como ter apresentado uma introdução à função do 1º grau, pois são requisitos necessários para a resolução da questão a fim de que o discente não sinta que a dificuldade do problema seja intransponível. Nesse sentido, a situação didática trazida não dever ser nem tão

fácil, nem muito difícil, tem de ser compreendida, desafiadora pelo/para o aluno, (POLYA,1978). Assim, apresentamos este problema trazido pela OBMEP na sua segunda fase, em 2014 (Figura 1):

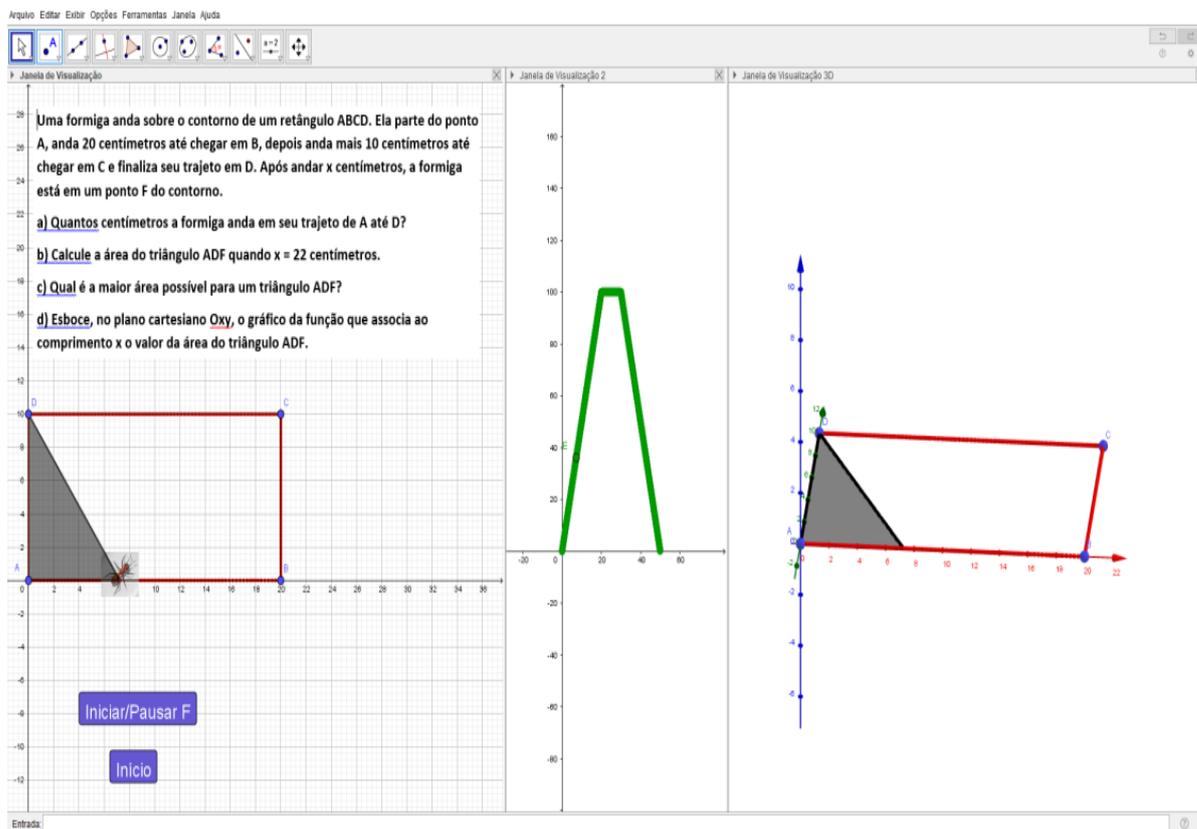
Figura 1 – OBMEP – 2014, 2ª fase, questão 2, nível 3



Fonte: OBMEP (2014).

Para uma situação de aplicação da SDO, apresentamos um dos percursos que se espera dos alunos nas quatro fases da TSD, que são: a Dialética da ação, a Dialética da formulação, a Dialética da validação e a da institucionalização. Na Dialética da ação, os sujeitos da pesquisa entram em contato com o enunciado da questão e da SDO elaborada no GeoGebra. Presume-se que eles desenvolvam uma estratégia de resolução de acordo com seus conhecimentos prévios em matemática. Nessa etapa, para Almouloud (2007, p. 38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Supõe-se que os sujeitos, ao clicar no botão *Iniciar/Pausar F.* e, pela interpretação do enunciado, irão elaborar suas hipóteses baseadas na distância percorrida pela formiguinha e na área do triângulo em cinza formado, bem como realizar a interpretação da área representada no gráfico na janela de visualização 2 (Figura 2).

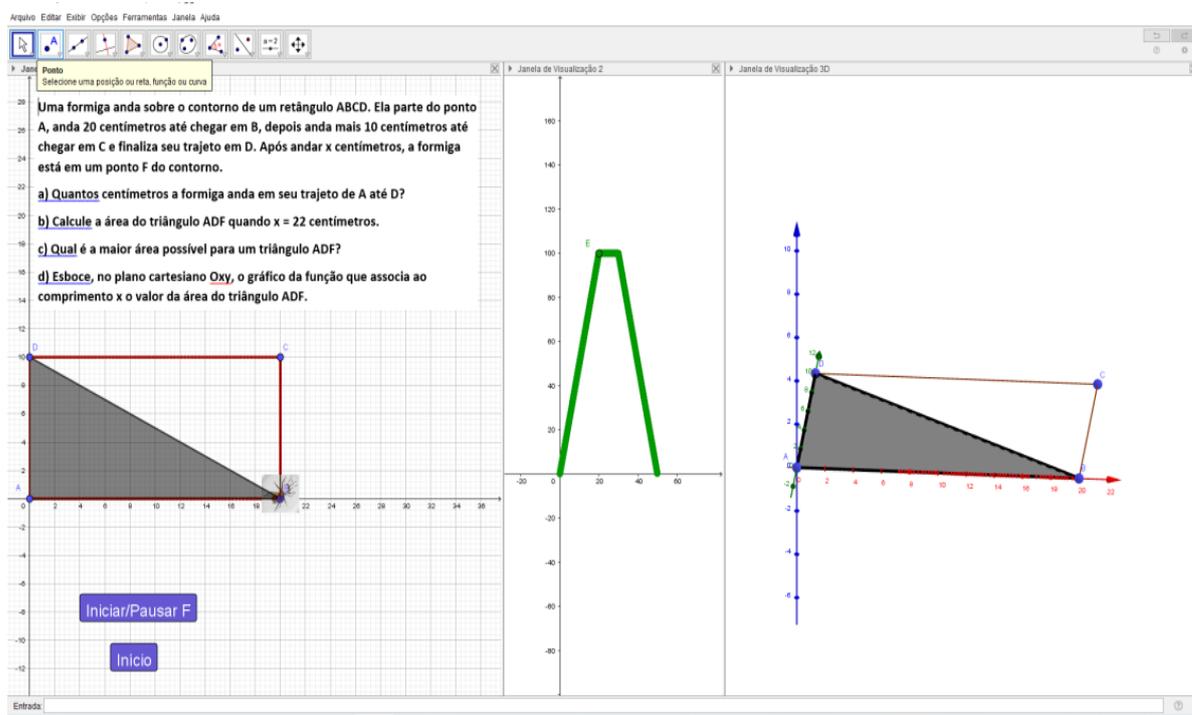
Figura 2 – Modelagem da questão no GeoGebra



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Já na Dialética da formulação, em conformidade com os conhecimentos matemáticos prévios e relacionados à correspondência do conhecimento matemático transmitido pela manipulação da modelagem do problema, os sujeitos da pesquisa deverão dar solidez as suas hipóteses levantadas sobre a resolução do problema. De acordo com Almouloud (2007, p.38), “os alunos trocam informações com uma ou várias pessoas, que serão emissoras ou receptoras, trocando mensagens escritas ou orais”; as informações são socializadas na linguagem matemática escrita ou oral. Assim, nessa fase, tem-se também diálogo mais intenso com os sujeitos, buscando desenvolver ideias sobre o problema. Essas tomadas de decisões podem ser facilitadas pela interação com o problema “geogebriizado”, uma vez os alunos estão interagindo com a situação didática elaborada sempre que eles acharem conveniente (Figura 3).

Figura 3 – Modelagem da questão no GeoGebra



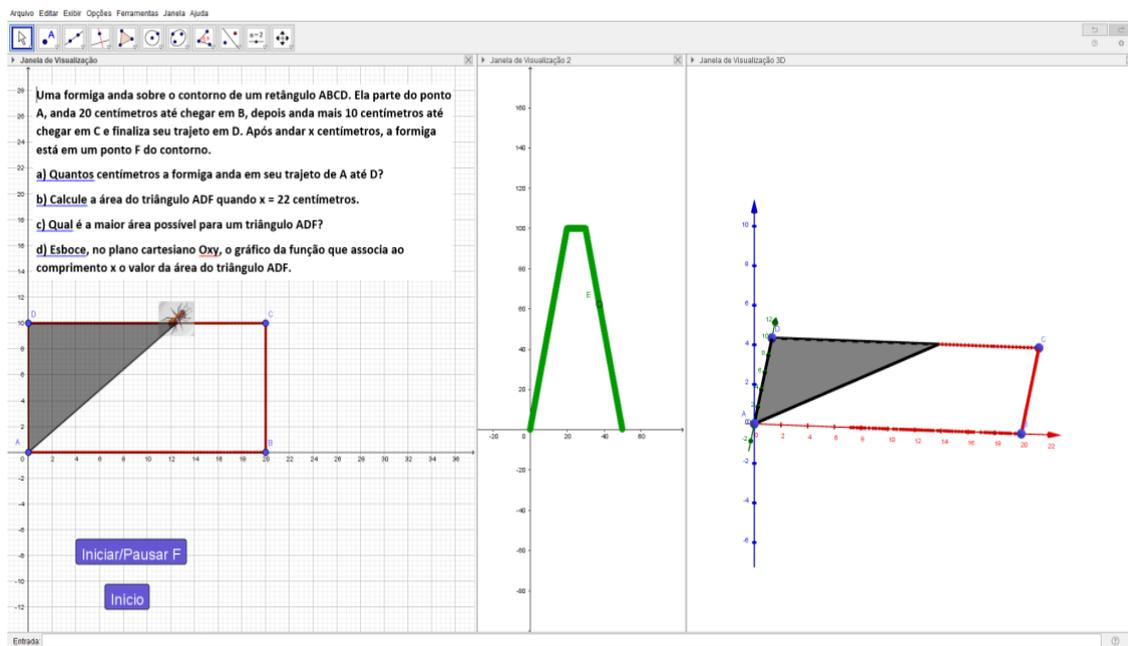
Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

O professor pode ocultar a janela de visualização 2, na qual está a plotação do gráfico da área do triângulo em cinza que, por sua vez, está em função da distância percorrida pela formiguinha, dado que essa janela só vai ser explorada de maneira mais objetiva nos itens ‘c’ e ‘d’ do exercício. Então, ao clicar no botão *Iniciar/Pausar F.*, espera-se que o(a) aprendiz perceba que, ao longo do segmento \overline{AB} , o comprimento da base do triângulo formado no intervalo de 0 a 20 cm; tem-se área crescente, fato que pode ser verificado também pelo gráfico. Além disso, é importante observar, na primeira janela de visualização ou na janela de visualização 3D, que o comprimento altura \overline{AD} do triângulo formado permanece constante e igual a 10 cm.

Em contrapartida, quando a formiguinha percorrer o segmento \overline{BC} , a altura do triângulo formado permanecerá constante e igual a 20 cm. Nessa situação, a base \overline{AD} do triângulo formado não irá se alterar, então teremos uma área constante, razão pela qual o ponto E percorrerá no gráfico um segmento de reta constante.

Por fim, quando a formiguinha se desloca ao longo do segmento \overline{CD} de comprimento de 20 a 0 cm, a área decresce, fato indicado pelo deslocamento do ponto E em “descida” na segunda janela de visualização (Figura 4).

Figura 4 – Modelagem da questão no GeoGebra



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na etapa de Dialética da validação, é esperado que os sujeitos da aprendizagem tragam 3545 argumentos teóricos consistentes durante a resolução do problema realizados na fase anterior, apresentando as estratégias matemáticas utilizadas, escritas ou orais, pois o objetivo desta etapa “[...] é a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática (relativa à eficácia do texto)” (ALMOULOUD, 2007, p. 40). O receptor da informação poderá pedir mais argumentos do(a) discente, a fim de efetivar a validação do modelo elaborado por ele, no qual permitiu encontrar a solução final ou parcial da situação didática.

Na etapa de Dialética da institucionalização, o(a) professor(a) que está na posição de pesquisador(a), condutor(a) do processo de aprendizagem, entra em cena para realizar a formalização do conhecimento matemático associada à construção, para que fique claro o saber envolvido na situação didática elaborada previamente a fim de demonstrar sua intencionalidade. De acordo com Almoould (2007, p. 40), nessa fase “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Deste modo, cada item da referida questão demanda uma determinada percepção do(a) educador(a) que tem de deixar claro para o(a) aluno(a) o saber matemático em jogo, nessa fase da TSD.

No item a, o(a) aluno(a) deve notar que se trata de uma simples soma dos segmentos $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = 20 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$, a distância percorrida pela formiga, que parte do ponto A até chegar no ponto D.

No item b, o(a) aprendiz deverá notar que, quando a formiguinha percorre 22 cm, ela encontra-se no segmento \overline{BC} . Nesse intervalo, tem-se a maior altura e, portanto, a maior área; logo, a área do triângulo ΔADF será $\frac{10\text{cm} \cdot 20\text{cm}}{2} = 100 \text{ cm}^2$.

O item c resolve-se de forma imediata, a partir da resolução do anterior, tendo em vista que, ao considerarmos como base do triângulo o segmento \overline{AD} – que mede sempre 10 cm, fazendo variar a altura –, a máxima altura que podemos obter será 20 cm; portanto, a área máxima é 100 cm^2 .

Para resolver o item d, o aluno poderá fazer a junção dos raciocínios desenvolvidos para os itens anteriores da seguinte forma: vamos chamar de ‘x’ cm o deslocamento da formiguinha. Quando esse deslocamento está no intervalo de $0 \leq x \leq 20$, ao longo do segmento \overline{AB} , temos a seguinte expressão para a área: $A_1(x) = \frac{10 \cdot x}{2} = 5x$. Quando ‘x’ está entre o segmento \overline{BC} , no intervalo $20 \leq x \leq 30$, a altura é constante e igual 20 cm, a base é também constante e igual a 10 cm; portanto, a área, constante nesse intervalo, sendo igual a $A_2(x) = 100 \text{ cm}^2$. Finalmente, quando ‘x’ está no intervalo $30 \leq x \leq 50$, entre \overline{CD} , a área do triângulo será dada pela forma $A_3(x) = \frac{10 \cdot (50-x)}{2} = -5x + 250$. Agora é só usar os conhecimentos de função afim de traçar o gráfico dessas três funções, as quais a primeira é crescente, a segunda constante e a terceira decrescente, para obter o gráfico em verde, na janela de visualização 2.

3546

Portanto, durante a aplicação da SDO, espera-se que o(a) professor(a) não interfira ou interfira o mínimo possível para não retirar a autonomia e o protagonismo do(a) estudante como sujeito construtor de sua própria aprendizagem. Esse é o percurso previsto pela TSD com as respectivas dialéticas esperadas por parte dos aprendizes envolvidos em uma aplicação do SDO.

Na seção a seguir, apresentamos a conclusão deste estudo.

CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo apresentar uma forma de abordagem na preparação para a segunda fase da OBMEP, trazendo uma Situação Didática Olímpica (SDO) à luz da Teoria das Situações Didáticas como proposta de aplicação para alunos aprovados para a referida

etapa dessa competição. Nesse sentido, fica evidente a importância de situações de ensino inovadoras e contextuais na educação contemporânea. Podemos perceber que o tema é pouco explorado, uma vez que encontramos poucos trabalhos nos repositórios pesquisados. Sua abordagem ainda segue os métodos tradicionais de ensino: não que isso seja um problema em si, mas que abordagens de questões da OBMEP que exigem muito da visualização gráfica e geométrica podem encontrar grande suporte com o auxílio do GeoGebra, por exemplo. O(A) professor(a), ao criar um ambiente de aprendizagem engajador e significativo, pode despertar o interesse dos estudantes, promovendo um maior envolvimento e um aprendizado mais profundo.

Uma das principais características da ED, sem dúvida, é sua ênfase na análise detalhada dos processos de ensino e aprendizagem. Artigue (1995) propõe um enfoque investigativo, no qual os professores são incentivados a estudar e compreender as dificuldades dos alunos, os obstáculos epistemológicos e as estratégias de ensino mais efetivas. Esse olhar atento e reflexivo permite que os educadores desenvolvam intervenções pedagógicas mais adequadas, adaptadas às necessidades específicas dos estudantes.

Já a teoria de ensino Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (2002), proporciona uma base teórica sólida e fundamentada para o planejamento e para o desenvolvimento de práticas educacionais mais efetivas e engajadoras. Uma das principais vantagens da TSD é o seu foco na contextualização e na aplicação prática do conhecimento. Quando propomos situações de ensino, a SDO, que se assemelha a desafios e problemas reais, permite que os alunos se engajem de maneira mais significativa e relevante com os conteúdos estudados. Isso proporciona uma aprendizagem mais profunda e duradoura, uma vez que os estudantes conseguem visualizar a utilidade do que estão aprendendo. 3547

Portanto, deixamos a proposta de aplicação desse trabalho, que sugere a utilização da Engenharia Didática (ED), em suas quatro fases, como metodologia de pesquisa, em complementaridade com a Teoria das Situações Didáticas (TSD), como teoria de ensino, para a concepção de SDO voltadas para o conteúdo de Funções e Geometria pertinentes à segunda fase da OBMEP, a fim de evidenciar possíveis contribuições desse modo de abordar esses temas que são importantes para preparação dos alunos aprovados para a segunda fase da OBMEP e, assim, podendo vir a somar-se às outras metodologias referentes à preparação direcionada a certames olímpicos.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOU, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Visualizing the Olympic didactic situation (ods): teaching mathematics with support of the geogebra, software. **Acta Didactica Napocensia**, România, v. 12, n. 2, p. 97-116, 2019.

_____. Situação Didática Olímpica (SDO): aplicações da teoria das situações didáticas para o ensino de olimpíadas. **Revista Contexto & Educação**, v. 36, n. 113, p. 116-142, 2021.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería Didáctica. In: GÓMEZ, Pedro (org.). **Ingeniería didáctica en educación matemática**. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. p. 33-60.

_____. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Trad. M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BALESTRI, Rodrigo. **Matemática: interação e tecnologia**. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mónica Ester. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, v. 39, 2005. 3548

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em: 6 de jul. 2023.

_____. **Regulamento da 18ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – 18ª OBMEP**. Disponível em: https://www.obmep.org.br/docs/2023/18a_OBMEP_REGULAMENTO.pdf. Acesso em: 4 jan. 2023.

BROUSSEAU, Guy. **Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970-1990**. Edição e Tradução de N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.

_____. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Editora Ática, 2008.

DANTE, Luiz. Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**: 3.ed. São Paulo: Ática, 2017.

DIAS, Edgar Heliodoro Vendramelli. **O estudo em grupos para a 2ª fase da OBMEP 2013 e resoluções de questões em vídeo**. 2014. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Vol.I e 9: Conjuntos e Funções e Geometria Plana.7. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

DOUADY, Régine. A Universidade e a Didática da Matemática. **Caderno da RPM**, v.1, n.1, 1993.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In.: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem Em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2013.

GÁLVEZ, Grecia. A Didática da Matemática. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma. (orgs.) **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: ArtMed, 1996. p. 26-35.

MACHADO, Leandro da Silva. **Uma Análise Crítica das Provas da Segunda Fase da OBMEP 2014**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional). PROFMAT – Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2015.

MORAES, Michael Machado de. **Análise de Erros em Problemas de Aritmética: Uma Abordagem na 2ª Fase da OBMEP no Oeste do Pará**. 2018. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Oeste do Pará, 2018.

NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola**. In: XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da Unifor, v. 8457, 2012.p. 125-132.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. **Banco de Questões**. 2014. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1PABt7eAK7JZ5V73R6CwvQZSraW6AvtC5/view>. Acesso em: 29 ago. 2023. 3549

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática**. Monografia de Graduação em Matemática. Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

SOARES, Janeide Firmino Cavalcanti. **Funções: uma análise acerca da abordagem em provas do nível 3-2ª fase da OBMEP**. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, 2022.

VALERIO, Wiviane. **Resolução de problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula**. 2016. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.