

ANÁLISE DE MÓDULO DE ELASTICIDADE E PROJETO DE VIGA

MODULUS OF ELASTICITY ANALYSIS AND BEAM DESIGN

MÓDULO DE ANÁLISIS DE ELASTICIDAD Y DISEÑO DE VIGAS

Jéssica Carolina Vieira da Silva¹

RESUMO: O módulo de elasticidade é uma das propriedades mecânicas do concreto que merecem atenção especial ao se projetar estruturas. Isso partindo do princípio que as estruturas, sob ação dos carregamentos e forças da natureza, podem apresentar deformações que, por sua vez, podem ter como consequências patologias no elemento estrutural, como por exemplo a ocorrência de fissuras. O trabalho discorre a respeito de uma análise do módulo de elasticidade em um projeto de viga baseada em problema fictício. A partir da determinação feita por experimento do módulo de elasticidade da régua, determinação das tensões máximas normais e determinação da tensão máxima de cisalhamento. Utilizou-se uma régua de trinta centímetros sobre uma mesa, utilizada como viga para medir a deformação sob diferentes cargas, determinando assim todas as tensões atuantes e dois gráficos gerados pelo programa Ftool, no qual mostra as reações atuantes de onde pôde estimar o valor do módulo de elasticidade.

63

Palavras-chave: Módulo de elasticidade. Projeto. Viga. Tensão.

ABSTRACT: The specification modulus is one of the mechanical properties of concrete that deserves special attention when designing structures. This is based on the principle that structures, under the action of loads and natural forces, may present deformations which, in turn, may result in pathologies in the structural element, such as the occurrence of cracks. The work disagrees regarding an analysis of the specification modulus in a beam design based on a concrete problem. From the determination made by experiment of the specification modulus of the ruler, determination of the normal maximums and determination of the maximum shear stress. A thirty centimeter ruler was used on a table, used as a beam to measure the deformation under different loads, thus determining all the actuators and two graphs generated by the Ftool program, which shows the actuating reactions from which we were able to estimate the modulus value of elasticity.

Keywords: Modulus of elasticity. Design. Beam. Tension.

¹ Instituto Federal de Alagoas- Campus Palmeira dos Índios.

RESUMEN: El módulo de elasticidad es una de las propiedades mecánicas del hormigón que merece especial atención a la hora de diseñar estructuras. Esto se basa en el principio de que las estructuras, bajo la acción de cargas y fuerzas naturales, pueden presentar deformaciones que, a su vez, pueden derivar en patologías en el elemento estructural, como la aparición de grietas. El trabajo aborda un análisis del módulo de elasticidad en el diseño de una viga basado en un problema ficticio. A partir de la determinación realizada mediante experimento del módulo elástico de la regla, determinación de los esfuerzos normales máximos y determinación del esfuerzo cortante máximo. Utilizou-se uma régua de trinta centímetros sobre uma mesa, utilizada como viga para medir a deformação sob diferentes cargas, determinando assim todas as tensões atuantes e dois gráficos gerados pelo programa Ftool, no qual mostra as reações atuantes de onde pôde estimar o valor do módulo de elasticidad.

Palabras clave: Módulo de elasticidad. Diseño. Viga. Tensión.

INTRODUÇÃO

Devido ao seu carácter pseudo-sólido visco-elástico, o concreto é um material que apresenta um comportamento não linear quando sujeito a forças de compressão ou de tração. O gráfico tensão-deformação demonstra que este material, ao contrário dos materiais homogêneos, não segue a lei de Hooke e nem sempre apresenta proporcionalidade entre a tensão aplicada e a consequente deformação específica.

A obtenção de valores experimentais através da instrumentação de medição é um processo vital em diversas áreas da engenharia, sendo realizada de diversas maneiras e com diversos equipamentos.

A análise estrutural trata da etapa do projeto em que são analisados os parâmetros necessários, entre esses, as deformações e tensões distribuídas ao longo da estrutura adotada. O estudo dessa, possui o objetivo da determinação experimental do módulo de elasticidade da régua, determinação das tensões máximas normais e determinação da tensão máxima de cisalhamento. O experimento consiste na medição da deformação de uma régua carregada com diversas cargas, para avaliação do módulo de elasticidade da situação problema em questão.

MÉTODOS

Foi colocada a régua de 30 cm em cima da viga (mesa) e foram adicionados 100 mL de água por medição. Na primeira medição, temos só a régua onde foi a medição zero. Na segunda medição temos a régua+garrafa+100mL de água dentro da garrafa e assim foi flexionando até encher. Completada a garrafa, cada medição foi anotada sendo utilizada também uma trena para medir a variação da deflexão da régua em cada medição.

Para determinação do módulo de elasticidade, utiliza-se as seguintes equações:

$$\theta = \frac{P * L^2}{2 * E * I} \quad (1)$$

$$P = m * g \quad (2)$$

$$I = \frac{b * h^3}{12} \quad (3)$$

Onde:

θ \equiv inclinação em graus;

$$P = m * g \quad (2)$$

$$I = \frac{b * h^3}{12} \quad (3)$$

P \equiv peso em kN (kiloNewton); m \equiv massa em kg (quilograma); g \equiv gravidade em m/s^2 (metros por segundo ao quadrado);

I \equiv momento de inércia em m^4 (metro à quarta); b \equiv base em metros; h \equiv altura em metros.

Modelo estrutural

O modelo experimental é o referente as figuras 1 e 2, tendo seus dados de dimensão situados na tabela 1.

Figura 1 – Régua sem peso



Fonte: Autor, 2023.

Figura 2 – Régua com peso



Fonte: Autor, 2023.

Na obtenção dos parâmetros estruturais relacionados à viga do modelo teórico proposto no projeto, inicialmente, elaborou-se o conjunto de elementos responsáveis pelos carregamentos na estrutura. Desse modo, atribui-se os seguintes valores de entrada para o projeto:

66

Tabela 1 - Valores de entrada do modelo teórico

PLACA RETANGULAR			VIGA RETANGULAR
Largura (m)	Base (m)	Altura (m)	Comprimento (m)
0,05	0,1	0,3	0,50 m

Fonte: Autor,2023.

Em seguida, realizou-se os cálculos necessários para obtenção dos parâmetros pendentes da placa circular, compostos pelo volume, massa, peso e tração realizada em cada cabo de aço. Para isso, utilizou-se as seguintes equações:

$$V = b * L * h \quad (4)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (5)$$

$$P = m * g \quad (6)$$

$$T = P \quad (7)$$

Onde:

$V \equiv$ volume em m^3 (metros cúbicos);

$\rho \equiv$ massa específica em kg (quilograma por metro cúbico);

m^3

$m \equiv$ massa em kg (quilograma);

$P \equiv$ peso em kN (kiloNewton);

$g \equiv$ gravidade em m (metros por segundo ao quadrado);

s^2

$T \equiv$ tração em kN (kiloNewton).

Expressões utilizadas para determinação das reações, análise das seções e deformação:

$$\sum Fy = 0 \text{ (8);}$$

$$\sum Fx = 0 \text{ (9);}$$

$$\sum M = 0 \text{ (10);}$$

$$\delta = \frac{P \cdot a^2 \cdot (3 \cdot L - a)}{6 \cdot E \cdot I} \text{ (11)}$$

Onde:

$\sum Fy \equiv$ somatório das forças em relação ao eixo y ;

$\sum Fx \equiv$ somatório das forças em relação ao eixo x ;

$\sum M \equiv$ somatório dos momentos;

$\delta \equiv$ deformação em metros;

$\delta_{m\acute{a}x} \equiv$ flecha máxima;

$L \equiv$ comprimento da viga em metros;

$a \equiv$ distância do ponto analisado em relação ao início da estrutura (metros);

$E \equiv$ módulo de elasticidade em MPa (megaPascal); $I \equiv$ momento de inércia em

m_4 (metro à quarta).

Para os resultados, determinou-se as tensões máximas normais de tração e compressão, assim como a máxima de cisalhamento. Foram utilizadas as seguintes expressões:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}} * c}{I} \quad (13);$$

$$c = \frac{I}{S} \quad (14);$$

$$\sigma_{\text{máx}}(\text{tração}) = -\sigma_{\text{máx}}(\text{compressão}) \quad (15);$$

$$A = b * h \quad (16);$$

$$r_{\text{máx}} = \frac{4V_{\text{máx}}}{3 * A} \quad (17).$$

Onde:

$\sigma_{\text{máx}} \equiv$ tensão máxima em kN (kiloNewton por metro quadrado);

m^2

$M_{\text{máx}} \equiv$ momento máximo em $kN*m$ (kiloNewton multiplicado pelo metro);

$c \equiv$ distância da linha neutra para os elementos externos (metros); $I \equiv$ momento de inércia em m^4 (metro à quarta);

$S \equiv$ módulo da área da seção em m^3 (metros cúbicos); $A \equiv$ área da seção da viga em m^2 (metros quadrados);

$r_{\text{máx}} \equiv$ tensão de cisalhamento máximo em kN (kiloNewton por metro

m^2

quadrado);

$V_{\text{máx}} \equiv$ esforço cortante máximo ao longo da viga em kN (kiloNewton)

O modelo da placa do experimento foi passado para o programa Autocad, de forma que seu entendimento seja realizado de maneira compreensiva.

Figura 3 – Modelo feito no Autocad



Fonte: Autor, 2023.

RESULTADOS

Após estabelecer todos os parâmetros até o decorrer do trabalho, consegue-se estabelecer os resultados que são percorridos, vários desses presentes nas tabelas a seguir.

Tabela 2 - Dimensões da régua plástica utilizada para análise experimental

h (m)	Lr (m)	b (m)	I (m ⁴)
0,002	0,135	0,03	2,00 * 10 ⁻¹¹

Fonte: Autor,2023.

Para cada medição, foi anotado os seguintes dados:

Tabela 3 - Dados obtidos durante análise experimental

MEDIÇÃO	Med. Deflexão (m)	Massa (kg)	Peso (N)	Peso acumulado (N)
1	0,201	0,017	0,16677	0,16677
2	0,21	0,117	1,14777	1,31454
3	0,212	0,217	2,12877	3,44331
4	0,232	0,317	3,10977	6,55308
5	0,234	0,417	4,09077	10,64385
6	0,25	0,517	5,07177	15,71562

Fonte: Autor,2023.

69

Para a determinação do módulo de elasticidade, foram utilizadas as fórmulas anteriormente citadas, a fim de se chegar em um valor médio que representasse o módulo de elasticidade da régua.

Tabela 4 - Módulo de elasticidade obtido referente à régua

MEDIÇÃO	Deflexão (m)	E (Pa)	Eméd (Pa)
1	0,001	6,84 * 10 ⁹	5,32 * 10 ⁹
2	0,01	4,71 * 10 ⁹	
3	0,012	7,27 * 10 ⁹	
4	0,032	3,99 * 10 ⁹	
5	0,034	4,93 * 10 ⁹	
6	0,05	4,16 * 10 ⁹	

Fonte: Autor,2023.

Foi obtido um módulo de elasticidade médio de $5,32 \cdot 10^9$ Pa. Em seguida, a tabela 3 apresenta os parâmetros como o volume, massa, peso específico, peso em (N) e a tração referente a régua do experimento.

Tabela 5 - Dimensões da régua plástica utilizada para análise experimental

V (m ³)	m(kg)	ρ (kg/m ³)	P (N)	T (N)
0,0015	4,05	2700	39,7305	19,8653

Fonte: Autor,2023.

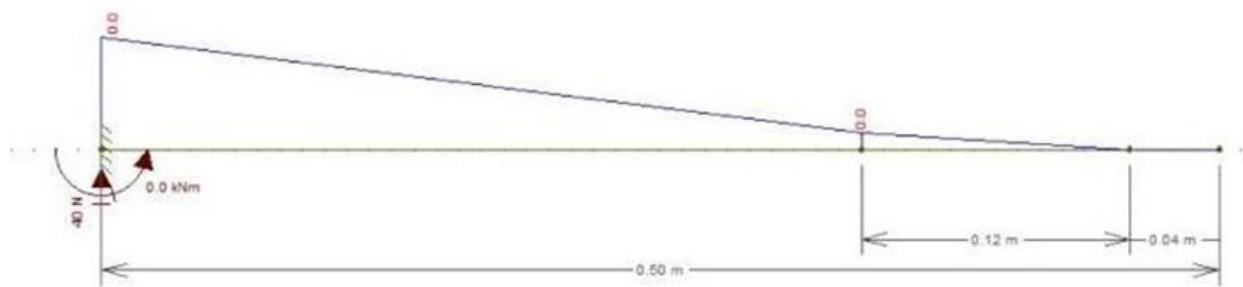
No programa ftool foi dado as reações atuantes em cada estrutura juntamente com cada gráfico.

Figura 4 - Gráfico gerado pelo Ftool



Fonte: Autor,2023.

Figura 5 - Gráfico gerado pelo Ftool



Fonte: Autor,2023.

Tabela 6 - Deformação total, máxima e diâmetro da viga.

δ (m)	$\delta_{máx}$ (m)	h (m)	h(adotado) (m)
$2,66 \cdot 10^{-11}$	$6,00 \cdot 10^{-4}$	0,003541328	0,004
$\frac{\quad}{h_3}$			

Fonte: Autor,2023.

Após todas as deformações e informações descritas acima, temos que:

Tabela 7 - Parâmetros dimensionais da viga

S (m ³)	I (m ⁴)	c (m)	A (m ²)
$2,67 * 10^{-7}$	$5,33 * 10^{-10}$	0,5	0,0004

Fonte: Autor,2023.

Com a determinação do módulo da seção (S), do momento de inércia da viga circular considerada no projeto, da distância referente à linha neutra e da área da seção da estrutura, foram obtidos os valores das tensões máximas normais de compressão, tração e cisalhamento.

Tabela 8 - Tensões máximas normais e de cisalhamento

$\sigma_{máx}$ (kPa)	$\sigma_{máx}$ (compressão) (kPa)	$\sigma_{máx}$ (tração) (kPa)	$r_{máx}$ (kPa)
$6,00 * 10^7$	$-6,00 * 10^7$	$6,00 * 10^7$	$1,50 * 10^5$

Fonte: Autor,2023.

CONCLUSÃO

A partir dos dados obtidos pelo experimento na régua, foi possível dimensionar a viga circular do problema. O módulo de elasticidade obtido através das medidas foi de cerca de $5,32 * 10^9$ Pa. Foi possível obter todas as tensões atuantes na viga de acordo com suas dimensões, estas determinadas a partir do método utilizado na régua.

Desse modo, reforçando que os métodos desenvolvidos e utilizados para obtenção das reações de apoio das estruturas, são todos relevantes, tendo pequenas distorções de um método a outro, mas nada que impeça a sua utilização para o processo de dimensionamento de peça.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro. 2019.

GODOY, R. L. UMA PROPOSTA PARA HABITAÇÕES POPULARES EM ELEMENTOS DE PRÉ-MOLDADO LEVE DE CONCRETO. Monografia, Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pampa. Alegrete, Rio Grande do Sul. 2014.

PACHECO, J. et al. 56º Congresso Brasileiro do Concreto, 2014, Natal/RN.

CONSIDERAÇÕES SOBRE O MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO, p 1-14.

MARTHA, L. F. CONCEITOS E MÉTODOS BÁSICOS. Elsevier Editora Ltda. 2010.

MARTHA, L. F. MÉTODO BÁSICO DA ANÁLISE DAS ESTRUTURAS.